

Grundlagen der Robotik

Übungsblatt 3

Aufgabe 1

Bestimmen Sie das Ergebnis der folgenden Multiplikation eines Vektors mit einer Matrix:

$$P_2 = T P_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2

Bestimmen Sie das Ergebnis der folgenden Multiplikation zweier Matrizen:

$$M = T_1 T_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 6 & 5 & 7 \\ -2 & 0 & -9 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3

Bestimmen Sie das Ergebnis der folgenden Multiplikation eines Vektors mit einer Matrix:

$$P_2 = T P_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 4

Bestimmen Sie das Ergebnis der folgenden Multiplikation eines Vektors mit einer Matrix:

$$P_2 = T P_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 9 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 5

Stellen Sie eine Translation um den Vektor \vec{a} und eine anschließende Translation um den Vektor \vec{b} nach der Matrizenmethode in einer Gesamttransformation dar. Zeigen Sie, dass diese Gesamttransformation einer Translation um den Vektor $(\vec{a} + \vec{b})$ entspricht.

Aufgabe 6

Stellen Sie eine zweimalige Rotation um den Winkel α um die z-Achse nach der Matrizenmethode in einer Gesamttransformation dar. Zeigen Sie, dass diese Gesamttransformation einer Translation um den Winkel 2α um die z-Achse entspricht.

Tipp: In der mathematischen Formelsammlung findet man:

$$\begin{aligned}2 \sin \alpha \cos \alpha &= \sin 2\alpha \\ \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha &= \cos 2\alpha\end{aligned}$$

Aufgabe 7

Bestimmen Sie die Rotationsmatrix für eine Rotation um 360° um die y-Achse. Kommentieren Sie das Ergebnis!