THM TECHNISCHE HOCHSCHULE MITTELHESSEN | CAMPUS GIESSEN | MNI Mathematik, Naturwissenschaften und Informatik

Prof. Dr. Klaus Wüst

Grundlagen der Robotik

Übungsblatt 4

Aufgabe 1
Erstellen Sie eine Rotationsmatrix, die folgendes beinhaltet:

1. Eine Drehung um 90° um die x-Achse,
2. eine Drehung um 90° um die y-Achse,

Transformieren Sie damit den Vektor $(0, 3, 0, 1)^T$ und stellen Sie das in einer Skizze dar!

Aufgabe 2
a) Ein Körper wird zunächst um 90° um die z-Achse gedreht und anschließend um 15 mm in Richtung der x-Achse verschoben. Bestimmen Sie die Transformationsmatrix dazu.

b) Nun soll der Körper zunächst um den Vektor $\vec{p}$ verschoben werden und anschließend um 90° um die z-Achse gedreht werden. Wie muss $\vec{p}$ gewählt werden, damit die gleiche Gesamttransformation entsteht wie unter a).

Tipp: Setzen Sie die Matrizenprodukte gleich; zwei Matrizen sind dann gleich, wenn sie in allen Elementen übereinstimmen.

c) Versuchen Sie nun einen Vektor $\vec{p}$ zu bestimmen, der mit einer anschließenden Rotation um -90° um die x-Achse zur gleichen Gesamttransformation führt.

Aufgabe 3 Eine homogene Matrix kann wie folgt geschrieben werden:

$$T = \begin{pmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{1}$$

Die Spalten-Vektoren $\vec{n}, \vec{o}, \vec{a}$ sind orthogonal:

$$\vec{n} \times \vec{o} = \vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$$
$$\vec{a} \times \vec{n} = \vec{o} = (o_x, o_y, o_z)$$
$$\vec{o} \times \vec{a} = \vec{n} = (n_x, n_y, n_z)$$

Prüfen Sie das am Beispiel der Matrix, die eine Rotation um 90° um die y-Achse beschreibt, nach.

Das Vektorprodukt zweier Vektoren kann wie folgt berechnet werden:

$$\vec{a}\, x\, \vec{b} = (a_y b_z - a_z b_y, a_z b_x - a_x b_z, a_x b_y - a_y b_z)$$

Aufgabe 4
a) Bilden Sie die inverse Matrix zu der Transformationsmatrix aus Aufg. 1.

b) Weisen Sie nach, dass die beiden Matrizen wirklich invers sind.

c) Benutzen Sie die inverse Matrix, um den Ergebnisvektor aus Aufgabe 1 wieder zurück zu transformieren auf seinen ursprünglichen Wert.