

## Logik: Junktoren, Normalformen, Prädikate und Quantoren

### Aufgabe 1.

Finden Sie eine Formel, die logisch äquivalent zu  $A \oplus B$  ist und nur die Junktoren  $\neg$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$  enthält. (Hierbei ist  $\oplus$  das exklusive Oder.) Hinweis: Arbeiten Sie mit einer Wahrheitstafel.

### Aufgabe 2.

Stellen Sie zunächst den Junktor  $\neg$  und anschließend den Junktor  $\wedge$  mit dem Sheffer-Operator  $|$  (NAND-Operator) dar.

### Aufgabe 3.

Stellen Sie zu der folgenden Wahrheitstafel eine aussagenlogische Formel  $\phi$  in disjunktiver und eine in konjunktiver Normalform auf.

x	y	z	$\phi$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

### Aufgabe 4.

Es sei  $P(x)$  ein Prädikat und  $M = \{a, b, c\}$  die Grundmenge zu  $x$ . Zu den folgenden Aussagen sollen logisch äquivalente Aussagen angegeben werden, die keine Quantoren enthalten.

a)  $\forall x P(x)$

b)  $\exists x P(x)$

c)  $\neg \forall x P(x)$

d)  $\neg \exists x P(x)$

e)  $\forall x \neg P(x)$

f)  $\exists x \neg P(x)$

### Aufgabe 5.

Es sei  $P(x)$  das Prädikat „ $x + 1 > 2x$ “. Welche Wahrheitswerte haben die folgenden Aussagen, wenn die Grundmenge aus allen ganzen Zahlen besteht?

a)  $P(0)$

b)  $P(-1)$

c)  $P(1)$

d)  $\exists x P(x)$

e)  $\forall x P(x)$

f)  $\exists x \neg P(x)$

g)  $\forall x \neg P(x)$

h)  $\neg \forall x P(x)$

**Aufgabe 6.**

Das Prädikat  $P(x, y)$  stehe für „Student/Studentin  $x$  hat die Vorlesung  $y$  besucht“. Die Grundmenge zu  $x$  seien alle Studierenden und die Grundmenge zu  $y$  seien alle Vorlesungen des Fachbereichs MNI. Schreiben Sie die folgenden Aussagen als deutsche Sätzen auf.

- |                                  |                                  |                                  |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| a) $\exists x \exists y P(x, y)$ | b) $\exists x \forall y P(x, y)$ | c) $\exists y \forall x P(x, y)$ |
| d) $\forall x \exists y P(x, y)$ | e) $\forall y \exists x P(x, y)$ | f) $\forall x \forall y P(x, y)$ |

**Aufgabe 7.**

Es sei  $P(x, y)$  das Prädikat „ $x$  ist ein Teiler von  $y$ “. Die Grundmengen für  $x$  und für  $y$  sei die Menge der natürlichen Zahlen  $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ . Welcher der folgenden Ausdrücke ist eine Aussage? Welche der Aussagen ist wahr, welche ist falsch?

- |                                  |                                  |                        |                        |
|----------------------------------|----------------------------------|------------------------|------------------------|
| a) $P(10, y)$                    | b) $P(x, 100)$                   | c) $\forall x P(x, y)$ | d) $\exists x P(x, 7)$ |
| e) $\forall x \exists y P(x, y)$ | f) $P(3, 9)$                     | g) $P(3, 7)$           | h) $\exists x P(x, 9)$ |
| i) $\forall x P(x, 9)$           | j) $\exists x \forall y P(x, y)$ | k) $\forall x P(x, x)$ | l) $\forall y P(1, y)$ |