

Graphen

Bäume

- Definition

Ein zusammenhängender Graph, der keinen Kreis enthält, heißt ein **Baum**.

- Beispiele

- Anmerkung: Aufgrund des Zusammenhangs darf ein Baum nicht „zu wenige“ Kanten enthalten; damit keine Kreise vorkommen, dürfen es nicht „zu viele“ Kanten sein. Man kann bezüglich der Kantenzahl zeigen, daß Bäume minimal zusammenhängende Graphen und maximal kreisfreie Graphen sind. Dies liefert zwei von mehreren gleichwertigen Formulierungen, mit denen Bäume charakterisiert werden können.

- Satz (Äquivalente Beschreibungen von Bäumen)

Für einen schlichten Graphen $G = (V, E)$ sind die folgenden Aussagen äquivalent.

1. G ist zusammenhängend und enthält keinen Kreis.
2. G ist zusammenhängend, aber entfernt man eine beliebige Kante, entsteht ein nichtzusammenhängender Graph.
3. G enthält keinen Kreis, aber das Hinzufügen einer neuen Kante erzeugt einen Kreis.
4. Zwei beliebig herausgegriffene Knoten von G sind durch genau einen Kantenzug verbunden.
5. G ist zusammenhängend und $|E| = |V| - 1$.

Ohne Beweis.

- Definition

Wird bei einem Baum irgend ein Knoten besonders ausgezeichnet, dann nennt man den Baum einen **Wurzelbaum** und den ausgezeichneten Knoten die **Wurzel**.

- Anmerkung: Es sei v ein Knoten ungleich der Wurzel w . Dann gibt es einen eindeutigen Weg von w nach v . Der Knoten ungleich v , der v am nächsten ist und auf dem Weg liegt, heißt **Vater** oder **Mutter** von v . Die anderen Nachbarn von v heißen **Kinder** von v . Ein Knoten ohne Kinder heißt **Blatt**.