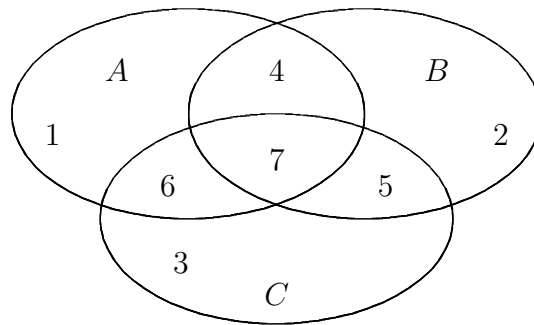


## Mengenlehre: Mengen und Zahlen

### Aufgabe 1.

Gegeben seien die folgenden drei sich überschneidenden Teilmengen  $A$ ,  $B$  und  $C$  in der Ebene:



Wie erhält man die mit 1 bis 7 gekennzeichneten sich **nicht** überschneidenden Teilmengen der Ebene durch Mengenoperationen aus  $A$ ,  $B$  und  $C$ ?

### Aufgabe 2.

Welche Ergebnisse liefern die folgenden Mengenoperationen?

1.  $\{1, 2, 3\} \cup \{1, 3, 5, 7\}$
2.  $\{1, 2, 3, 4\} \cap \{1, 3, 5, 7, 9\}$
3.  $\{1, 2, 3, 4, 5\} \setminus \{1, 3, 5, 7\}$
4.  $\{1, 2, 4, 8\} \cap \{x, y, z\}$
5.  $(\{1, 2, 3\} \cap \{1, 3, 5\}) \cup \{x, y, z\}$
6.  $(\{1, 2, 3\} \cup \{1, 3, 5\}) \cap \{x, y, z\}$
7.  $\{1, 5, 10\} \setminus \{x, y, z\}$
8.  $\{1, 2, 3, 4, 5\} \setminus (\{1, 2, 3, 4, 5\} \cap \{2, 4, 6\})$

### Aufgabe 3.

Es sei  $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$  und  $B = \{-4, -2, 2, 4\}$ . Welche Mächtigkeiten haben die Mengen:  $A$ ,  $B$ ,  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $(A \cap B) \cup A$ ,  $A \setminus B$ ,  $B \setminus A$ ,  $A \cup A \cup A$ ,  $A \times A$ ,  $B \times B$ ,  $A \times B$ ,  $B \times A$ ?

**Aufgabe 4.**

Geben Sie zu  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{x, y\}$  und  $C = \{0\}$  die Menge  $M = A \times B^2 \times C$  in der aufzählenden Darstellung an.

**Aufgabe 5.**

Es sei  $A_i = \{1, 2, 3, \dots, i\} = \{m \in \mathbb{N} \mid m \leq i\}$  für ein beliebiges  $i \in \mathbb{N}$ . Welche Elemente sind in den folgenden Mengen enthalten?

$$M_1 = \bigcup_{i=1}^n A_i \qquad M_2 = \bigcap_{i=1}^n A_i \qquad M_3 = \bigcup_{i=1}^{20} (A_{2i} \setminus A_{2i-1})$$

**Aufgabe 6.**

Schreiben Sie die Potenzmengen von  $M_1 = \{a, b\}$  und  $M_2 = \{x, y, z\}$  auf.

**Aufgabe 7.**

Wenn  $A$  und  $B$  zwei endliche Mengen sind, dann gilt für die Mächtigkeit der Vereinigungsmenge

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|.$$

Jetzt seien drei endliche Mengen  $A$ ,  $B$  und  $C$  gegeben. Können Sie eine Formel für die Mächtigkeit der Vereinigung aller drei Mengen  $|A \cup B \cup C|$  aufstellen? Es genügt eine anschauliche Argumentation mit einer Graphik.

**Aufgabe 8.**

Es seien  $A$ ,  $B$  und  $C$  Mengen. Beweisen Sie die Distributivgesetze

1.  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ ,
2.  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ .

**Aufgabe 9.**

Rechnen Sie die periodischen Dezimalzahlen  $0, \overline{12}$  und  $5, \overline{47}$  sowie  $0, \overline{37}$  und  $7, \overline{526}$  in Brüche um.

**Aufgabe 10.**

Berechnen Sie die kartesischen Darstellungen der folgenden komplexen Zahlen.

- |                                   |                             |                              |
|-----------------------------------|-----------------------------|------------------------------|
| a) $(7 - 3i) + (3 + 9i)$          | b) $(-17 + 4i) - (8 - 7i)$  | c) $(3 - 5i) \cdot (2 + 3i)$ |
| d) $(3, 5 - i) \cdot (7 + 2, 5i)$ | e) $(4, 5 - 1, 5i)^2$       | f) $i \cdot (2, 5 - i)^2$    |
| g) $\frac{1}{7 - 3i}$             | h) $\frac{-5 + 3i}{7 + 2i}$ |                              |

**Aufgabe 11.**

Berechnen Sie die Primfaktorzerlegung von 30723 und von 112200.