Vollständige Induktion

Aufgabe 1.
Beweisen Sie durch vollständige Induktion, daß die Summe der ersten n natürlichen Zahlen gleich $n(n+1)/2$ ist, also

$$1 + 2 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt.

Aufgabe 2.
Beweisen Sie durch vollständige Induktion:

$$1 + 2^3 + \ldots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}\,.$$

Aufgabe 3.
Beweisen Sie durch vollständige Induktion nach n, daß für alle reellen $q \neq 1$ und alle ganzen Zahlen $n \geq 0$ die Gleichung

$$1 + q + q^2 + \ldots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

gilt.

Aufgabe 4.
Beweisen Sie durch vollständige Induktion die Summenformel

$$\sum_{\nu=1}^{n} \nu \cdot \nu! = (n+1)! - 1.$$