

## Relationen: Äquivalenzrelationen, Ordnungsrelationen

### Aufgabe 1.

Welche der folgenden Relationen auf der Menge  $\{0, 1, 2, 3\}$  sind Äquivalenzrelationen? Welches sind in diesen Fällen die Äquivalenzklassen?

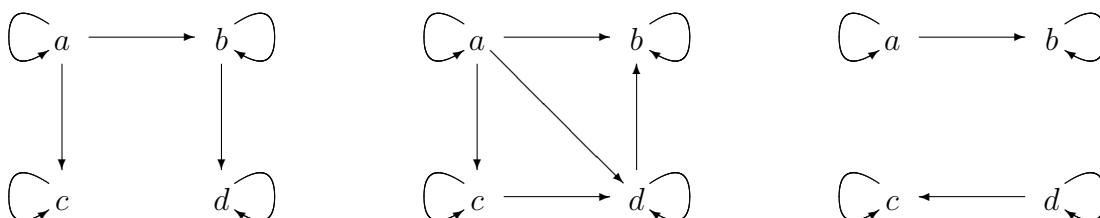
$$\begin{aligned}
 R_1 &= \{(0, 0), (1, 1), (2, 2), (3, 3)\} \\
 R_2 &= \{(0, 0), (0, 2), (2, 0), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\} \\
 R_3 &= \{(0, 0), (1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 3)\} \\
 R_4 &= \{(0, 0), (1, 1), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)\} \\
 R_5 &= \{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (1, 0), (1, 1), (1, 2), (2, 0), (2, 2), (3, 3)\}
 \end{aligned}$$

### Aufgabe 2.

Gesucht ist die kleinste Äquivalenzrelation auf der Menge  $\{a, b, c, d, e\}$ , die die Relation  $\{(a, b), (a, c), (d, e)\}$  enthält.

### Aufgabe 3.

Im folgenden sind drei Relationen durch ihre gerichteten Graphen gegeben. Stellen Sie fest, ob es sich um Ordnungen handelt. Sind diese partiell oder total?



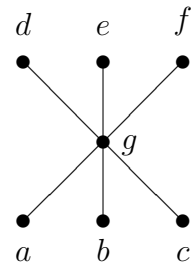
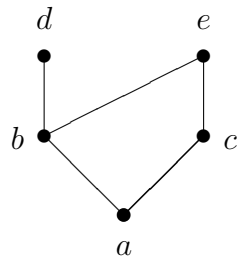
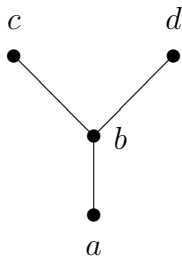
### Aufgabe 4.

Auf jeder der folgenden Mengen ist durch die Teilbarkeitsrelation eine partielle Ordnung gegeben. Zeichnen Sie die zugehörigen Hasse-Diagramme.

- |                                      |                                  |
|--------------------------------------|----------------------------------|
| (a) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$     | (b) $\{1, 2, 3, 5, 7, 11, 13\}$  |
| (c) $\{1, 2, 3, 6, 12, 24, 36, 48\}$ | (d) $\{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64\}$ |

**Aufgabe 5.**

Zu den folgenden Hasse-Diagrammen sollen die zugehörigen partiellen Ordnungen als Mengen von geordneten Paaren angegeben werden.

**Aufgabe 6.**

Auf der Menge  $\{1, 2, 3, 6, 8, 12, 24, 36\}$  ist durch die Teilbarkeitsrelation eine partielle Ordnung gegeben. Finden Sie eine dazu kompatible totale Ordnung.

**Aufgabe 7.**

Es sei  $A = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$  und  $R \subseteq A \times A$ , d.h.  $R$  sei eine Relation auf der Menge der geordneten Paare von positiven ganzen Zahlen. Dabei sei  $((a, b), (c, d)) \in R$  genau dann, wenn  $ad = bc$  ist.

Zeigen Sie, daß  $R$  eine Äquivalenzrelation ist. Welche Elemente sind in der Äquivalenzklasse  $[(1, 2)]$  enthalten? Wie kann man die Äquivalenzklassen von  $R$  interpretieren?