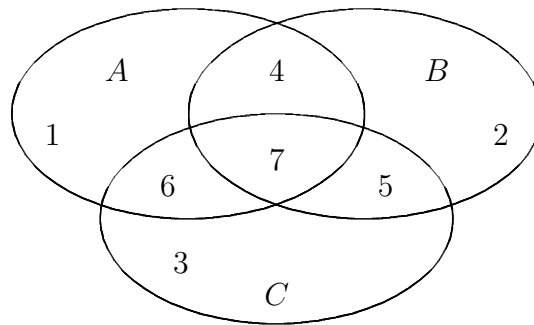


Mengenlehre: Mengen und Zahlen

Aufgabe 1.

Gegeben seien die folgenden drei sich überschneidenden Teilmengen A , B und C in der Ebene:



Wie erhält man die mit 1 bis 7 gekennzeichneten sich **nicht** überschneidenden Teilmengen der Ebene durch Mengenoperationen aus A , B und C ?

Aufgabe 2.

Welche Ergebnisse liefern die folgenden Mengenoperationen?

1. $\{1, 2, 3\} \cup \{1, 3, 5, 7\}$
2. $\{1, 2, 3, 4\} \cap \{1, 3, 5, 7, 9\}$
3. $\{1, 2, 3, 4, 5\} \setminus \{1, 3, 5, 7\}$
4. $\{1, 2, 4, 8\} \cap \{x, y, z\}$
5. $(\{1, 2, 3\} \cap \{1, 3, 5\}) \cup \{x, y, z\}$
6. $(\{1, 2, 3\} \cup \{1, 3, 5\}) \cap \{x, y, z\}$
7. $\{1, 5, 10\} \setminus \{x, y, z\}$
8. $\{1, 2, 3, 4, 5\} \setminus (\{1, 2, 3, 4, 5\} \cap \{2, 4, 6\})$

Aufgabe 3.

Es sei $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ und $B = \{-4, -2, 2, 4\}$. Welche Mächtigkeiten haben die Mengen: A , B , $A \cup B$, $A \cap B$, $(A \cap B) \cup A$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $A \cup A \cup A$, $A \times A$, $B \times B$, $A \times B$, $B \times A$?

Aufgabe 4.

Geben Sie zu $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x, y\}$ und $C = \{0\}$ die Menge $M = A \times B^2 \times C$ in der aufzählenden Darstellung an.

Aufgabe 5.

Es sei $A_i = \{1, 2, 3, \dots, i\} = \{m \in \mathbb{N} \mid m \leq i\}$ für ein beliebiges $i \in \mathbb{N}$. Welche Elemente sind in den folgenden Mengen enthalten?

$$M_1 = \bigcup_{i=1}^n A_i \qquad M_2 = \bigcap_{i=1}^n A_i \qquad M_3 = \bigcup_{i=1}^{20} (A_{2i} \setminus A_{2i-1})$$

Aufgabe 6.

Schreiben Sie die Potenzmengen von $M_1 = \{a, b\}$ und $M_2 = \{x, y, z\}$ auf.

Aufgabe 7.

Wenn A und B zwei endliche Mengen sind, dann gilt für die Mächtigkeit der Vereinigungsmenge

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|.$$

Jetzt seien drei endliche Mengen A , B und C gegeben. Können Sie eine Formel für die Mächtigkeit der Vereinigung aller drei Mengen $|A \cup B \cup C|$ aufstellen? Es genügt eine anschauliche Argumentation mit einer Graphik.

Aufgabe 8.

Es seien A , B und C Mengen. Beweisen Sie die Distributivgesetze

1. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$,
2. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.

Aufgabe 9.

Rechnen Sie die periodischen Dezimalzahlen $0, \overline{12}$ und $5, \overline{47}$ sowie $0, \overline{37}$ und $7, \overline{526}$ in Brüche um.

Aufgabe 10.

Berechnen Sie die kartesischen Darstellungen der folgenden komplexen Zahlen.

- | | | |
|-----------------------------------|-----------------------------|------------------------------|
| a) $(7 - 3i) + (3 + 9i)$ | b) $(-17 + 4i) - (8 - 7i)$ | c) $(3 - 5i) \cdot (2 + 3i)$ |
| d) $(3, 5 - i) \cdot (7 + 2, 5i)$ | e) $(4, 5 - 1, 5i)^2$ | f) $i \cdot (2, 5 - i)^2$ |
| g) $\frac{1}{7 - 3i}$ | h) $\frac{-5 + 3i}{7 + 2i}$ | |

Aufgabe 11.

Berechnen Sie die Primfaktorzerlegung von 30723 und von 112200.