

## Grundlagen der Integralrechnung

### Elementare Integrationsregeln, partielle Integration

- Satz (Elementare Integrationsregeln)

Die Funktionen  $f$  und  $g$  seien integrierbar auf  $[a, b]$ . Es gilt:

1. **Zerlegung des Integrationsintervalls,**

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \quad \text{für } c \in [a, b],$$

2. **Faktorregel,**

$$\int_a^b k \cdot f(x) dx = k \cdot \int_a^b f(x) dx \quad \text{für } k \text{ konstant,}$$

3. **Summenregel,**

$$\int_a^b (f(x) + g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx.$$

- Beweis
- Beispiele
- Satz (**Partielle Integration**)

Die Funktionen  $f$  und  $g$  seien stetig differenzierbar in  $[a, b]$ . (D.h.  $f$  und  $g$  seien differenzierbar, und die Ableitungen  $f'$  und  $g'$  seien stetige Funktionen.)  
Es gilt:

$$\int_a^b f(x) \cdot g'(x) dx = f(x) \cdot g(x) \Big|_a^b - \int_a^b f'(x) \cdot g(x) dx.$$

- Anmerkung: Kurzschreibweise (mit den häufig verwendeten  $u$  und  $v$  statt  $f$  und  $g$ )

$$\int uv' = uv - \int u'v.$$

- Beweis
- Beispiele