

Determinanten

Aufgabe 1.

Berechnen Sie die Determinanten:

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 6 & -10 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 6 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 5 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} \sqrt{a} & -1 \\ a & \sqrt{a} \end{vmatrix}.$$

Aufgabe 2.

Berechnen Sie die Determinanten:

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 1 & b & 1 \\ 0 & b & 0 \\ b & 0 & -b \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} -x & 1 & x \\ 0 & -x & -1 \\ x & 1 & -x \end{vmatrix}.$$

Aufgabe 3.

Vereinfachen und berechnen Sie:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & -4 & 7 \\ -3 & 12 & -15 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} a & -a & a \\ a & a & -a \\ a & -a & -a \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 1 + \cos \alpha & 1 + \sin \alpha & 1 \\ 1 - \sin \alpha & 1 + \cos \alpha & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}.$$

Aufgabe 4.

Gibt es ein $x \in \mathbb{R}$ so, daß die Determinanten

$$\begin{vmatrix} 5 & 1 & 0 \\ 1 & x & x \\ 0 & 9 & 4 \end{vmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{vmatrix} 3 & -x & 1 \\ 0 & 4 & 5 \\ -2 & 3 & 8 \end{vmatrix}$$

übereinstimmen?

Aufgabe 5.

Berechnen Sie die Determinante

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & -3 & 2 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

Aufgabe 6.

Für welche Werte von ω ist die folgende Determinante D gleich Null?
(m und k sind Konstanten.)

$$D = \begin{vmatrix} -m\omega^2 + 2k & -k \\ -k & -m\omega^2 + 2k \end{vmatrix}$$

Aufgabe 7.

Lösen Sie das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned}3x + 2y &= 5 \\ x + 5y &= -7\end{aligned}$$

mit Hilfe von Determinanten; verwenden Sie dazu die in der Vorlesung hergeleiteten Ausdrücke für x und y .

Aufgabe 8.

Berechnen Sie den Wert der Determinante

$$D = \begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & -1 & 4 \\ 1 & 0 & 0 & -3 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & -2 & 1 & 2 & 2 \end{vmatrix}.$$

Aufgabe 9.

Zeigen Sie, daß eine Determinante n -ter Ordnung, bei der auf der Hauptdiagonalen überall 2 und außerhalb der Hauptdiagonalen überall 1 steht, den Wert $n + 1$ hat.