Matrizen: elementares Rechnen mit Matrizen

Aufgabe 1.
Berechnen Sie alle aus zwei (voneinander verschiedenen) Matrizen bestehenden Summen, die mit A, B, C, A^T, B^T und C^T gebildet werden können, wobei

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 3 & 0 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}, \qquad C = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 4 \\ 0 & -5 & -1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2.
Berechnen Sie alle aus jeweils zwei Matrizen bestehenden Produkte, die mit

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 3 & 0 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}, \qquad C = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 4 \\ 0 & -5 & -1 \end{pmatrix}$$

gebildet werden können.

Aufgabe 3.
Welchen Wert muß die Konstante k haben, damit das Matrizenprodukt

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 0 & -7{,}5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 & k \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

eine Diagonalmatrix ergibt?

Aufgabe 4.
Für transponierte Matrizen gilt

$$(AB)^T = B^T A^T.$$

Überprüfen Sie diese Beziehung an dem Beispiel

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & -8 & 3 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 7 & 6 & 5 \\ 0 & -2 & 1 \\ -3 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 5.
Berechnen Sie a und b so, daß gilt:

$$7 \cdot \begin{pmatrix} 2 & -4 & 0 \\ 0 & 3 & a \\ -1 & 4 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a & 2 \\ 0 & b \\ -2 & 5 \end{pmatrix} \cdot \left[\begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix} + 4 \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$