

## Matrizen: inverse Matrizen, Drehmatrizen

### Aufgabe 1.

Für welches der folgenden Paare von Matrizen  $A, B$  gilt, daß  $A$  und  $B$  invers zueinander sind?

a)  $A = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}.$

b)  $A = \begin{pmatrix} 0,4 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2,5 & -5 \\ 0 & 0,5 \end{pmatrix}.$

c)  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$

### Aufgabe 2.

Welche der folgenden Matrizen sind invertierbar? Berechnen Sie die Inversen, falls dies möglich ist.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}.$$

### Aufgabe 3.

Berechnen Sie zur folgenden Matrix  $A$  die inverse Matrix  $A^{-1}$  mit dem Verfahren von Gauß-Jordan.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -8 & 4 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

### Aufgabe 4.

Zu jeder regulären  $n$ -reihigen Matrix  $A$  gibt es genau eine inverse Matrix  $A^{-1}$ . Es gilt:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot (A_{ik})^T = \frac{1}{\det A} \cdot \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ A_{n1} & A_{n2} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix}^T.$$

Hierbei ist  $A_{ik}$  das algebraische Komplement des Elementes  $a_{ik}$  in der Determinante  $\det A$ .

Berechnen Sie mit dieser Formel zur folgenden Matrix  $A$  die inverse Matrix  $A^{-1}$ ,

und überprüfen Sie das Ergebnis durch Multiplikation von  $A$  und  $A^{-1}$ .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -8 & 4 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 5.**

Zeichnen Sie die Punkte  $P_1 = (3|0)$ ,  $P_2 = (3|2)$ ,  $P_3 = (3|5)$  und  $P_4 = (2|4)$  in ein Koordinatensystem ein. Berechnen Sie unter Verwendung einer Drehmatrix die Koordinaten der um  $120^\circ$  gedrehten Punkte, und zeichnen Sie diese ebenfalls in das Koordinatensystem ein.