

Integralrechnung

Aufgabe 1.

Weisen Sie durch Differentiation der Stammfunktionen nach, daß die folgenden Integrationsformeln korrekt sind.

$$\text{a) } \int \frac{dx}{x^2 + 2x + 2} = \arctan(x + 1) \quad \text{b) } \int x e^{x^2} dx = \frac{1}{2} e^{x^2}$$

$$\text{c) } \int \frac{e^x - 1}{e^x + 1} dx = 2 \ln(e^x + 1) - x$$

Aufgabe 2.

Berechnen Sie die folgenden Integrale.

$$\text{a) } \int (e^x + x^2) dx \quad \text{b) } \int (-2x + \sin x) dx$$

$$\text{c) } \int t^2 \cdot \sqrt{t} dt \quad \text{d) } \int_0^4 (x^3 - 5x^2 + 1, 5x - 10) dx$$

$$\text{e) } \int_1^e \frac{dt}{t} \quad \text{f) } \int_0^\pi (a \cdot \sin t - b \cdot \cos t) dt$$

Aufgabe 3.

Berechnen Sie die folgenden Integrale mit partieller Integration.

$$\text{a) } \int x \ln(x) dx \quad \text{b) } \int_0^1 x e^x dx \quad \text{c) } \int x^2 e^{-x} dx$$

$$\text{d) } \int_0^{\pi/2} \sin(x) \cos(x) dx \quad \text{e) } \int e^x \cos(x) dx$$

Aufgabe 4.

Berechnen Sie die Integrale mit Substitution.

$$\text{a) } \int \sqrt[3]{1-t} dt \quad \text{b) } \int \frac{x^2}{\sqrt{1+x^3}} dx \quad \text{c) } \int_0^{\pi/2} \sin\left(3t - \frac{\pi}{4}\right) dt$$

$$\text{d) } \int x^2 \cdot e^{x^3-2} dx \quad \text{e) } \int_0^\pi \cos^3(x) \cdot \sin(x) dx$$