

## Integralrechnung

### Aufgabe 1.

Berechnen Sie die folgenden Integrale. Haben die Integranden eine spezielle Gestalt, durch die sich die Integration vereinfacht?

a)  $\int \frac{e^x}{1+e^x} dx$     b)  $\int \frac{\cos(\omega t)}{\sin(\omega t)} dt$     c)  $\int \frac{1}{x \cdot \ln x} dx$

### Aufgabe 2.

Überprüfen Sie, ob die folgenden uneigentlichen Integrale konvergent sind, und berechnen Sie gegebenenfalls deren Wert.

a)  $\int_0^\infty e^{-x} dx$     b)  $\int_0^\infty x e^{-x} dx$     c)  $\int_0^9 \frac{1}{x^2} dx$     d)  $\int_0^9 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

### Aufgabe 3.

Für welche reellen Zahlen  $\alpha$  konvergiert

$$\int_1^\infty \frac{1}{x^\alpha} dx,$$

und welchen Wert hat das Integral dann?

### Aufgabe 4.

Wie groß muß die obere Integrationsgrenze  $b$  sein, damit der Flächeninhalt unter der Kurve mit  $f(x) = 10/x^2$  von  $a = 1$  aus gerechnet den Wert 5 hat?

### Aufgabe 5.

Wie groß ist die Fläche zwischen den beiden Kurven mit  $f_1(x) = \sin x$  und  $f_2(x) = 1 - \sin x$ ? Skizze! Untersucht werde nur der Bereich zwischen den beiden Schnittpunkten in  $(0, \pi)$ . (Formelmäßig lösbar. Keine numerische Integration notwendig.)

### Aufgabe 6.

Ein Drehkörper kommt dadurch zustande, daß die Fläche unter der Kurve mit  $y = e^{-x}$  zwischen  $a = 0$  und  $b = 1/2$  um die  $x$ -Achse rotiert. Wie groß ist sein Volumen? (Formelmäßig lösbar. Keine numerische Integration notwendig.)