

Matrizen: inverse Matrizen, Drehmatrizen, Eigenwerte

Aufgabe 1.

Für welches der folgenden Paare von Matrizen A , B gilt, daß A und B invers zueinander sind?

a) $A = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}.$

b) $A = \begin{pmatrix} 0,4 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2,5 & -5 \\ 0 & 0,5 \end{pmatrix}.$

c) $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$

Aufgabe 2.

Welche der folgenden Matrizen sind invertierbar? Berechnen Sie die Inversen, falls dies möglich ist.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 3.

Berechnen Sie zur folgenden Matrix A die inverse Matrix A^{-1} mit dem Verfahren von Gauß-Jordan.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -8 & 4 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 4.

Zeichnen Sie die Punkte $P_1 = (3|0)$, $P_2 = (3|2)$, $P_3 = (3|5)$ und $P_4 = (2|4)$ in ein Koordinatensystem ein. Berechnen Sie unter Verwendung einer Drehmatrix die Koordinaten der um 120° gedrehten Punkte, und zeichnen Sie diese ebenfalls in das Koordinatensystem ein.

Aufgabe 5.

Berechnen Sie die Eigenwerte der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

Geben Sie zu jedem Eigenwert einen Eigenvektor an.