

Integralrechnung

Aufgabe 1.

Zeigen Sie durch Ableiten der Stammfunktionen und Vergleich mit den Integranden, daß die folgenden Integrationsformeln richtig sind.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \int x e^{x^2} dx = \frac{1}{2} e^{x^2} & \text{b) } \int \ln(x) dx = x(\ln(x) - 1) \\ \text{c) } \int \frac{dx}{x^2 + 2x + 2} = \arctan(x + 1) & \text{d) } \int \frac{e^x - 1}{e^x + 1} dx = 2 \ln(e^x + 1) - x \end{array}$$

Aufgabe 2.

Berechnen Sie die folgenden Integrale.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \int (e^x + x^2) dx & \text{b) } \int_0^4 (x^3 - 5x^2 - 10) dx & \text{c) } \int_1^e \frac{dt}{t} \\ \text{d) } \int (-2x + \sin x) dx & \text{e) } \int_0^\pi (a \cdot \sin t - b \cdot \cos t) dt & \text{f) } \int t^2 \cdot \sqrt{t} dt \end{array}$$

Aufgabe 3.

Auf dem Intervall $[0, 6]$ ist die Funktion f durch

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{für } 0 \leq x < 2 \\ 6 - x, & \text{für } 2 \leq x \leq 6 \end{cases}$$

gegeben. Skizzieren Sie die Funktionskurve. Berechnen Sie mit dem Integral

$$\int_0^6 f(x) dx$$

den Flächeninhalt zwischen der Funktionskurve und der x -Achse.

Aufgabe 4.

Berechnen Sie die folgenden Integrale mit partieller Integration.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \int_0^\pi x \cos(x) dx & \text{b) } \int_0^\pi x^2 \sin(x) dx & \text{c) } \int x^2 \ln(x) dx \\ \text{d) } \int \frac{\ln(x)}{x^2} dx & \text{e) } \int x e^{-x} dx & \text{f) } \int_0^{2\pi} e^{-t} \cos(t) dt \end{array}$$