

Grundlagen der Integralrechnung

Elementare Integrationsregeln, partielle Integration

- Satz (Elementare Integrationsregeln)

Die Funktionen f und g seien integrierbar auf $[a, b]$. Es gilt:

1. **Zerlegung des Integrationsintervalls,**

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \quad \text{für } c \in [a, b],$$

2. **Faktorregel,**

$$\int_a^b k \cdot f(x) dx = k \cdot \int_a^b f(x) dx \quad \text{für } k \text{ konstant,}$$

3. **Summenregel,**

$$\int_a^b (f(x) + g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx.$$

- Beweis
- Beispiele
- Satz (**Partielle Integration**)

Die Funktionen f und g seien stetig differenzierbar in $[a, b]$. (D.h. f und g seien differenzierbar, und die Ableitungen f' und g' seien stetige Funktionen.)
Es gilt:

$$\int_a^b f(x) \cdot g'(x) dx = f(x) \cdot g(x) \Big|_a^b - \int_a^b f'(x) \cdot g(x) dx.$$

- Anmerkung: Kurzschreibweise (mit den häufig verwendeten u und v statt f und g)

$$\int uv' = uv - \int u'v.$$

- Beweis
- Beispiele