

Vektoren: Spatprodukt, geometrische Anwendungen

Aufgabe 1.

- (a) Liegen die Vektoren $\vec{a} = (1; 4; 2)$, $\vec{b} = (0; -1; 3)$ und $\vec{c} = (2; 5; 13)$ in einer Ebene?
(b) Gibt es einen Wert von x , für den die drei Vektoren $\vec{a} = (x; 2; 3)$, $\vec{b} = (1; 0; 2)$ und $\vec{c} = (-1; 4; -2)$ in einer Ebene liegen?

Aufgabe 2.

Welchen Wert müssen die beiden Konstanten a und b haben, damit der Punkt P mit $P = (a; b; 4)$ auf der Geraden liegt, die durch $Q = (7; 3; -5)$ und $R = (3; 5; -2)$ geht?

Aufgabe 3.

Die Gleichung einer Geraden sei gegeben durch:

$$\vec{r}(\lambda) = \vec{r}_1 + \lambda \vec{a} = (1; 0; 1) + \lambda(2; 5; 2).$$

Berechnen Sie den Abstand des Punktes $Q = (5; 3; -2)$ von dieser Geraden.

Aufgabe 4.

Bestimmen Sie den Schnittpunkt und den Schnittwinkel der beiden Geraden.

$$\begin{aligned}\vec{r}(\lambda) &= \vec{r}_1 + \lambda \vec{a}_1 = (3; -1; 5) + \lambda \cdot (1; 0; 2) \\ \vec{s}(\mu) &= \vec{r}_2 + \mu \vec{a}_2 = (8; -3; -1) + \mu \cdot (-3; 1; 2)\end{aligned}$$

Aufgabe 5.

Eine Ebene sei gegeben durch den Normalenvektor $\vec{n} = (5; 3; 7)$ und durch den Punkt $P = (3; 4; -3)$ in der Ebene. Bestimmen Sie die kartesische Ebenengleichung, d. h. berechnen Sie die Konstanten A , B , C und D für die Gleichung $Ax + By + Cz = D$.

Liegt der Punkt $Q = (5; 2; -3)$ in der Ebene? Was ist mit $R = (2; -6; 2)$? Kann man die Konstante k so wählen, daß $S = (k; -1; 2)$ in der Ebene liegt?

Aufgabe 6.

Die beiden Vektoren $\vec{a} = (7, -1, 3)$ und $\vec{b} = (5, 2, -7)$ spannen eine Ebene auf. Wie groß ist diejenige vektorielle Komponente der Kraft $\vec{F} = (-3, 4, 5)$ N, die senkrecht auf der Ebene steht?

(Hinweis: Arbeiten Sie mit dem Normalenvektor der Ebene.)