TH Mittelhessen, Wintersemester 2015/2016 — Übungsblatt H10
Mathematik 1, Fachbereich LSE (BMT, UHSI) — 16. Dezember 2015
Prof. Dr. Hans-Rudolf Metz

Differentialrechnung

Aufgabe 1.
Berechnen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen. Benutzen Sie dabei eine Formelsammlung, wenn Ihnen elementare Ableitungen, die Sie benötigen, unbekannt sind.

a) $f(x) = x/\mathrm{e}^x$ b) $y = \mathrm{e}^t \sin t$ c) $z(t) = a \cdot \cos t - t^2 + \mathrm{e}^t$ d) $y = \ln(x) \cdot \cosh(x)$
e) $y = 10/x^3 - 3\ln x + \tan x + 5$ f) $f(z) = \arctan(z)/\mathrm{e}^z$ g) $y = 2x \cdot \mathrm{e}^x \cdot \cos x$

Aufgabe 2.
Differenzieren Sie nach der Kettenregel.

a) $y = \sin(3x + 2)$ b) $y = 3\mathrm{e}^{-4x}$ c) $y = \sqrt{4x^2 - x}$ d) $f(t) = \ln(\sqrt{2t^3 - 3t^2})$

Aufgabe 3.
Differenzieren Sie die folgenden Funktionen zweimal.

a) $u(t) = \mathrm{e}^{-0{,}8t} \cdot \cos t$
b) $y(x) = x^3 \cdot \ln(x) - x \cdot \arctan(x)$
c) $y(x) = x^2/(1 + x^2)$
d) $y(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi)$

Aufgabe 4.
Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte.

a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan x}{x}$ b) $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{x^n - a^n}{x - a}$ c) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\ln x}{x^2}$ d) $\lim\limits_{x\to 0}(x^2 \cdot \ln x)$

Aufgabe 5.
Auf dem Intervall $[0, 3]$ soll mit dem Newton-Verfahren nach einer Nullstelle der Funktion $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 2x - 6$ gesucht werden.

Verschaffen Sie sich zunächst einen Eindruck vom Verlauf der Funktionskurve, indem Sie an den Stellen 0, 1, 2 und 3, sowie an 3/2 und 5/2 die Funktionswerte berechnen und eine Skizze zeichnen. (Bei der Skizze genügt der Bereich von 0 bis 2,5; wesentlich ist der Durchgang durch die x-Achse.)

Stellen Sie dann die Iterationsvorschrift für die gegebene Funktion auf, und berechnen Sie einen Iterationsschritt ausgehend vom Startwert $x_0 = 2$.