Integralrechnung

Aufgabe 1.
Zeigen Sie durch Ableiten der Stammfunktionen und Vergleich mit den Integranden, daß die folgenden Integrationsformeln richtig sind.

a) $\displaystyle\int x\,\mathrm{e}^{x^2}\,dx = \frac{1}{2}\,\mathrm{e}^{x^2}$ b) $\displaystyle\int \ln(x)\,dx = x\bigl(\ln(x)-1\bigr)$

c) $\displaystyle\int \frac{dx}{x^2+2x+2} = \arctan(x+1)$ d) $\displaystyle\int \frac{\mathrm{e}^x-1}{\mathrm{e}^x+1}\,dx = 2\ln(\mathrm{e}^x+1)-x$

Aufgabe 2.
Berechnen Sie die folgenden Integrale.

a) $\displaystyle\int (\mathrm{e}^x+x^2)\,dx$ b) $\displaystyle\int_0^4 (x^3-5x^2-10)\,dx$ c) $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} \frac{dt}{t}$

d) $\displaystyle\int (-2x+\sin x)\,dx$ e) $\displaystyle\int_0^{\pi} (a\cdot\sin t - b\cdot\cos t)\,dt$ f) $\displaystyle\int t^2\cdot\sqrt{t}\,dt$

Aufgabe 3.
Auf dem Intervall $[0,6]$ ist die Funktion f durch

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{für } 0 \le x < 2 \\ 6-x, & \text{für } 2 \le x \le 6 \end{cases}$$

gegeben. Skizzieren Sie die Funktionskurve. Berechnen Sie mit dem Integral

$$\int_0^6 f(x)\,dx$$

den Flächeninhalt zwischen der Funktionskurve und der x-Achse.

Aufgabe 4.
Berechnen Sie die folgenden Integrale mit partieller Integration.

a) $\displaystyle\int_0^{\pi} x\cos(x)\,dx$ b) $\displaystyle\int_0^{\pi} x^2\sin(x)\,dx$ c) $\displaystyle\int x^2\ln(x)\,dx$

d) $\displaystyle\int \frac{\ln(x)}{x^2}\,dx$ e) $\displaystyle\int x\mathrm{e}^{-x}\,dx$ f) $\displaystyle\int_0^{2\pi} \mathrm{e}^{-t}\cos(t)\,dt$

Copyright © 2015, 2016 Prof. Dr. Hans-Rudolf Metz. All rights reserved.