

Numerische Integration

Aufgabe 1.

Skizzieren Sie die Funktion $y = 4 - x^2$ auf den Intervall von $x = -1$ bis $x = 2$. Das Integral

$$\int_{-1}^2 (4 - x^2) dx$$

soll näherungsweise mit der Trapezregel berechnet werden.

1. Schätzen Sie den Wert des Integrals mit Hilfe Ihrer Skizze ab.
2. Berechnen Sie eine Näherung mit drei Trapezen. Zerlegen Sie dafür das Intervall $[-1, 2]$ in drei gleich lange Teile.
3. Berechnen Sie eine Näherung mit Hilfe von sechs Trapezen. Dazu soll das Intervall $[-1, 2]$ in sechs gleich lange Teile zerlegt werden.

Aufgabe 2.

Berechnen Sie näherungsweise mit der Trapezregel das Integral

$$\int_0^{\pi} \sin(x) dx.$$

Zerlegen Sie dazu das Intervall $[0, \pi]$ in gleich lange Teilintervalle, und berechnen Sie auf diesen die Trapezflächen. Nehmen Sie zunächst für eine grobe Näherung nur zwei Trapeze, verbessern Sie die Genauigkeit und berechnen Sie die Näherung mit vier Trapezen, und berechnen Sie schließlich eine Näherung für das Integral mit Hilfe von sechs Trapezen. Zeichnen Sie eine Skizze.

Aufgabe 3.

Die Funktion $y = f(x)$ sei durch die folgende Wertetabelle gegeben.

x	$-0,4$	$-0,1$	$0,2$	$0,5$	$0,8$	$1,1$
$f(x)$	5	7	7	6	4	1

Berechnen Sie mit der Trapezregel Näherungswerte für die Integrale

$$\int_{-0,4}^{1,1} f(x) dx, \quad \int_{-0,4}^{1,1} (5f(x) + 20) dx, \quad \int_{-0,4}^{1,1} f^2(x) dx.$$