

Stammfunktionen, Integration von x^n

Aufgabe 1.

Finden Sie durch Ausprobieren eine Stammfunktion F zur Funktion f .

- a) $f(x) = \sin(x)$ b) $f(x) = x + x^2 + x^3$ c) $f(x) = 4x^2 + 7x$
d) $f(x) = \cos(3x)$ e) $f(x) = \sin(x) + \cos(x)$ f) $f(x) = 1/(3x + 5)$

Aufgabe 2.

Zeigen Sie, daß die folgenden Formeln richtig sind.

a) $\int_a^b e^{-kt} dt = \left[-\frac{1}{k} e^{-kt} \right]_a^b$ b) $\int_a^b \sin(\omega t) dt = \left[-\frac{1}{\omega} \cos(\omega t) \right]_a^b$

Aufgabe 3.

Berechnen Sie die folgenden Integrale.

a) $\int_{-2}^2 x^2 dx$ b) $\int_{-2}^2 x^3 dx$ c) $\int_1^3 \frac{1}{x^4} dx$
d) $\int_1^3 \frac{1}{x} dx$ e) $\int_{-2}^2 (5x^2 - 7x^3) dx$ f) $\int_1^3 \frac{1+x+x^2}{x^2} dx$

Aufgabe 4.

In einer Mathematik-Übung soll das Integral $\int_a^b \sin(x) \cos(x) dx$ berechnet werden. Anna und Bernd finden die unterschiedlichen Lösungen

$$\int_a^b \sin(x) \cos(x) dx = \left[\frac{1}{2} \sin^2(x) \right]_a^b \quad \text{und} \quad \int_a^b \sin(x) \cos(x) dx = \left[-\frac{1}{2} \cos^2(x) \right]_a^b.$$

Was ist richtig? Wie kann man die Formeln überprüfen? Wie ist der Zusammenhang zwischen Stammfunktionen und Integranden? (Beantworten Sie zuerst diese Fragen; beschäftigen Sie sich erst danach mit dem Rest der Aufgabe.)

Anna und Bernd erinnern sich daran, daß in der Vorlesung ein Satz über Stammfunktionen hergeleitet wurde:

Zwei Stammfunktionen F_1 und F_2 von f unterscheiden sich nur durch eine Konstante.

Sie fragen sich, wie ihre unterschiedlichen Integrationsergebnisse mit diesem Satz zusammenpassen. Können wir ihnen helfen, das zu verstehen?