

Unbestimmte Integrale, Elementare Integrationsregeln

Aufgabe 1.

Berechnen Sie das Integral $\int_0^6 f(x) dx$ und das Integral $\int_0^2 g(x) dx$ mit

$$f(x) = \begin{cases} 2, & \text{für } 0 \leq x < 4; \\ 6 - x, & \text{für } 4 \leq x \leq 6; \end{cases} \quad \text{und} \quad g(x) = \begin{cases} 2, & \text{für } 0 \leq x < 1/2; \\ 1/x, & \text{für } 1/2 \leq x \leq 2. \end{cases}$$

Zeichnen Sie Skizzen, und machen Sie sich anhand der Skizzen anschaulich klar, was Sie berechnet haben.

Aufgabe 2.

Berechnen Sie die folgenden Integrale. In den meisten Fällen können Sie mit Faktor- und Summenregel arbeiten.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \int_{-1}^2 (4 - x^2) dx & \text{b) } \int (6x^2 - 4 \sin(x)) dx & \text{c) } \int \sqrt{x} dx \\ \text{d) } \int t^2 \sqrt{t} dt & \text{e) } \int_0^2 (6t^3 - 9t^2 + 10t) dt & \text{f) } \int x^3(3 + 10x) dx \\ \text{g) } \int_0^8 \sqrt[3]{u} du & \text{h) } \int (7e^x - 5 \cos(x)) dx & \text{i) } \int_1^4 \frac{6x - 4\sqrt{x}}{2x^2} dx \end{array}$$

Aufgabe 3.

Zeigen Sie, daß die folgenden Formeln richtig sind.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \int 10 \cos(2x) dx = 5 \sin(2x) + C & \text{b) } \int \ln(x) dx = x(\ln(x) - 1) + C \\ \text{c) } \int f(x)f'(x) dx = \frac{1}{2} (f(x))^2 + C & \text{d) } \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln |f(x)| + C \end{array}$$