

Flächeninhalte, Bogenlängen

Aufgabe 1.

Berechnen Sie den Flächeninhalt zwischen

1. der Kurve von $f(x) = 4 - x^2$ und der x -Achse zwischen den beiden Schnittpunkten von Kurve und Achse;
2. der Kurve von $f(x) = 5 - 1/x$ und der x -Achse von $x = 1/10$ bis $x = 1$;
3. den beiden Kurven von $f(x) = x^2 + 4x + 5$ und $g(x) = x^3$ von $x = -2$ bis $x = 0$;
4. den beiden Kurven von $f(x) = \sin(x)$ und $g(x) = 1 - \sin(x)$ zwischen den beiden Schnittpunkten, die im Intervall $[0, \pi]$ liegen.

Aufgabe 2.

Wie groß muß die obere Integrationsgrenze b sein, damit der Flächeninhalt unter der Kurve mit $f(x) = 10/x^2$ von $a = 1$ aus gerechnet den Wert 5 hat?

Aufgabe 3.

Berechnen Sie mit Hilfe der Formel für die Bogenlänge einer Funktionskurve den Umfang eines Kreises vom Radius 1. Versuchen Sie danach, die Rechnung zu verallgemeinern, und berechnen Sie den Umfang eines Kreises vom Radius r .

Hinweise: Legen Sie den Mittelpunkt des Kreises in den Ursprung des Koordinatensystems, und berechnen Sie die Bogenlänge des Viertelkreises, der im ersten Quadranten liegt. Die Formel

$$\frac{d}{dx} \arcsin(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

wird im Verlauf der Rechnung nützlich sein.