

Grundbegriffe der Statistik: Normalverteilung

Aufgabe 1.

Eine Metallhobelmaschine stellt Platten her. Die Werte der Plattendicke X unterliegen hierbei kleinen Schwankungen. X sei normalverteilt und habe bei einer bestimmten Maschineneinstellung den Mittelwert $\mu = 10$ mm und die Standardabweichung $\sigma = 0,02$ mm.

Wieviel Prozent Ausschuß sind zu erwarten, wenn die Platten

1. mindestens 9,97 mm stark sein sollen,
2. höchstens 10,05 mm stark sein dürfen,
3. um maximal $\pm 0,03$ mm vom Sollwert 10 mm abweichen dürfen?
4. Wie muß man die Toleranzgrenzen $10 - c$ und $10 + c$ wählen, damit man nicht mehr als 5% Ausschuß erhält?
5. Wie ändert sich der Ausschußprozentsatz für die in 4. berechneten Toleranzgrenzen, wenn sich μ (z. B. infolge Abnutzung des Hobelstahls) nach 10,01 mm verschiebt?
6. Wie stark verringert sich der Ausschußanteil in 3., wenn man eine bessere Hobelmaschine einsetzt, bei der $\sigma = 0,01$ mm ist?
7. Wie groß müsste σ in 3. sein, damit man nur 1% Ausschuß erhält?

(Quelle: Kreyszig, Statistische Methoden und ihre Anwendungen.)

Aufgabe 2.

Wieviel Prozent aller Werte liegen bei einer Normalverteilung mit dem Mittelwert μ und der Standardabweichung σ zwischen

- a) $\mu - \sigma$ und $\mu + \sigma$, b) $\mu - 2\sigma$ und $\mu + 2\sigma$, c) $\mu - 3\sigma$ und $\mu + 3\sigma$?

Aufgabe 3.

Wie muß man bei einer Normalverteilung, die den Mittelwert μ und die Standardabweichung σ hat, die Konstante k wählen, damit a) 95%, b) 99%, c) 99,9% aller Werte zwischen $\mu - k\sigma$ und $\mu + k\sigma$ liegen?

Aufgabe 4.

Bei einer Normalverteilung mit dem Mittelwert $\mu = 0$ und der Varianz $\sigma^2 = 1$ sei die Wahrscheinlichkeit für einen Wert zwischen $-a$ und a gleich k . Zeigen Sie, daß dies gleichbedeutend mit $\Phi(a) = (1 + k)/2$ ist, wobei Φ die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung bezeichnet.