

Laplace-Transformation

Aufgabe 1.

Berechnen Sie durch Einsetzen in das Laplace-Integral und anschließende Integration die Laplace-Transformierte der Funktion $f(t) = 2te^{-4t}$.

Aufgabe 2.

Berechnen Sie mit Hilfe der Definitionsgleichung der Laplace-Transformation die Bildfunktion der folgenden Originalfunktion (Rechteckimpuls).

$$f(t) = \begin{cases} A & \text{für } 0 < t \leq a \\ -A & \text{für } a < t \leq 2a \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Zeichnen Sie zunächst eine Skizze von $f(t)$.

Aufgabe 3.

Bestimmen Sie die Laplace-Transformierten der folgenden Funktionen. Dabei soll nicht mit dem Laplace-Integral gearbeitet, sondern auf Ergebnissen der Vorlesung aufgebaut werden.

(a) $f(t) = 4t^3 - t^2 + 2t$ (b) $f(t) = C(1 - e^{-\lambda t})$ (c) $f(t) = 5 \cos(2t) - 3 \sin(2t)$

Aufgabe 4.

Wie lauten die Zeitfunktionen zu den folgenden Bildfunktionen?

(a) $F(s) = \frac{5}{2s + 4}$ (b) $F(s) = \frac{4s + 5}{s^2 + 9}$ (c) $F(s) = \frac{s^2 + s + 1}{s^3}$

Aufgabe 5.

Die Anfangswertaufgabe mit der Differentialgleichung $\ddot{x} + 4x = 0$ und den Anfangsbedingungen $x(0) = 3$ und $\dot{x}(0) = 0$ sei gegeben. Berechnen Sie die Lösung mit Hilfe der Laplace-Transformation.