

## Systeme von Dgln., Ordnungsreduktion, partielle Dgln.

### Aufgabe 1.

Lösen Sie mit dem Einsetzverfahren das System von zwei Differentialgleichungen

$$\begin{aligned}y_1' &= x + y_2 \\ y_2' &= y_1 - 1\end{aligned}$$

zuerst allgemein und dann mit den Anfangsbedingungen  $y_1(0) = y_2(0) = 1$ .

### Aufgabe 2.

Wandeln Sie die Differentialgleichung 2. Ordnung  $y'' = 2yy'$  in ein System aus zwei Differentialgleichungen 1. Ordnung um.

### Aufgabe 3.

Schreiben Sie die AWA

$$y''' = (y' - y)^2 + 4\sqrt{y''} \quad \text{mit} \quad y(1) = -2, \quad y'(1) = 0, \quad y''(1) = 7$$

in ein System aus expliziten Differentialgleichungen 1. Ordnung mit den entsprechenden Anfangswerten um.

### Aufgabe 4.

Es sei das System von Differentialgleichungen

$$\begin{aligned}\ddot{x}_1 - k(t\dot{x}_1 - x_2)^2 + 3t &= 0, \\ \ddot{x}_2 + k(t\dot{x}_2 - x_1)^2 - 5t &= 0\end{aligned}$$

mit den Anfangswerten  $x_1(0) = a$ ,  $\dot{x}_1(0) = b$ ,  $x_2(0) = c$  und  $\dot{x}_2(0) = d$  gegeben. Formen Sie es in ein System von Differentialgleichungen 1. Ordnung mit den entsprechenden Anfangswerten um.

### Aufgabe 5.

Für die Temperatur  $u(x, t)$  in einem Stab gilt die partielle Differentialgleichung

$$\dot{u} = a \cdot u'' \quad \text{bzw.} \quad \partial u / \partial t = a \cdot \partial^2 u / \partial x^2.$$

Hierbei ist  $a$  eine Materialkonstante und heißt Temperaturleitfähigkeit.

Zeigen Sie, daß  $u = A \cdot \sin(kx) \cdot e^{-k^2 at}$  mit den Konstanten  $A$  und  $k$  diese Differentialgleichung erfüllt. Wie groß muß die Konstante  $k$  sein, damit die Randbedingungen  $u(0, t) = 0$  und  $u(l, t) = 0$  erfüllt sind ( $l$ : Stablänge)?