

Differentialgleichungen: numerische Verfahren

Aufgabe 1.

Lösen Sie näherungsweise die Anfangswertaufgabe

$$y' = -\frac{x}{y}, \quad y(0) = 2$$

im Intervall $[0, 1/2]$ mit Hilfe des klassischen Runge-Kutta-Verfahrens 4. Ordnung.

1. Berechnen Sie einen Grobwert mit der Schrittweite $h = 1/2$ und einen Wert mit der Schrittweite $h = 1/4$. Benutzen Sie die beiden Werte, um eine Fehlerabschätzung an $x = 1/2$ durchzuführen.
2. Berechnen Sie die exakte Lösung, und vergleichen Sie den exakten mit dem Näherungswert und den geschätzten mit dem realen Fehler.