

## Reihen: Taylorreihen

### Aufgabe 1.

Berechnen Sie zu  $y = (1+x)^\alpha$  mit  $\alpha \in \mathbb{R}$  die ersten vier Glieder der Taylorreihe mit der Entwicklungsmitte  $x = 0$ . Betrachten Sie das Ergebniss mit speziellen Werten für  $\alpha$ , beispielsweise  $\alpha = 2$  oder  $\alpha = -1$ . Welche Formeln entstehen?

### Aufgabe 2.

Es seien zwei voneinander verschiedene Funktionen  $f$  und  $g$  gegeben, für die  $f(0) = 0$  und  $g(0) = 1$  gilt, und deren Ableitungen die Gleichungen  $f' = g$  und  $g' = f$  erfüllen. (Sie können die folgenden Aufgabenstellungen mit ausschließlich diesen Informationen lösen!)

1. Entwickeln Sie die Funktionen in Taylorreihen mit dem Nullpunkt als Entwicklungsmitte.
2. Finden Sie Darstellungen von  $f$  und von  $g$  durch elementare Funktionen, indem Sie für  $f$  und  $g$  jeweils eine Differentialgleichung aufstellen und lösen.
3. Berechnen Sie erneut die Tayloreihen von  $f$  und  $g$ , indem Sie die gewonnenen Darstellungen durch elementare Funktionen verwenden: Setzen Sie die Taylorreihen der elementaren Funktionen ein, und fassen Sie Terme zusammen, als würden Sie mit Polynomen rechnen.
4. Wie werden die Funktionen  $f$  und  $g$  üblicherweise bezeichnet?