

Tangentialebenen, Taylor-Entwicklung

Aufgabe 1.

Berechnen Sie zur Funktion $z = f(x, y) = x^2 - y^2$ die Gleichung der Tangentialebene im Punkt $P = (x_0, y_0, f(x_0, y_0))$, wobei $x_0 = 1$ und $y_0 = -2$ sein soll.

Um wieviel ändert sich z ungefähr, wenn x und y sich jeweils um höchstens 0,02 ändern? In welchem Intervall liegt z dann?

Aufgabe 2.

Die Ebene $4x - 7y - 4z = -18$ sei gegeben. Gesucht sind

1. ein Normalenvektor auf der Ebene,
2. der senkrechte Abstand der Ebene vom Ursprung,
3. die Schnittpunkte der Ebene mit den Koordinatenachsen.

Aufgabe 3.

Die Funktion $z = f(x, y) = 4x^2y^4 - 3xy$ soll an der Stelle mit $x_0 = 2$ und $y_0 = 1/2$ untersucht werden. Gesucht sind

1. ein Flächennormalenvektor,
2. die lineare Approximationsformel für Δz ,
3. die Gleichung der Tangentialebene,
4. der senkrechte Abstand der Tangentialebene vom Ursprung,
5. die Schnittpunkte der Tangentialebene mit den Koordinatenachsen.

Aufgabe 4.

Zur Funktion $z = f(x, y) = \sqrt{2}(1 - x^3) \cos(y)$ ist an der Stelle $x_0 = 1/2$, $y_0 = \pi/4$ die Tangentialebene und ein Flächennormalenvektor gesucht.

Aufgabe 5.

Berechnen Sie an der Stelle $(x_0, y_0) = (0, 0)$ die quadratische Approximation (d.h. die Taylor-Entwicklung bis zu den Termen zweiter Ordnung) zu der Funktion

1. $f(x, y) = x e^y$,
2. $f(x, y) = e^x \cos(y)$.

Aufgabe 6.

Berechnen Sie zu der Funktion

$$f(x, y) = x^2 \cos(3y)$$

an der Stelle mit $x_0 = 1$ und $y_0 = 0$ die quadratische Approximation, d.h. die Taylor-Entwicklung bis zu den Termen zweiter Ordnung.