# Höhenlinien, partielle Ableitungen

**Aufgabe 1.**
Zeichnen Sie ein Höhenliniendiagramm zu der Funktion $z = f(x, y) = 4 - x + 2y$.

**Aufgabe 2.**
Geben Sie zu der Funktion $z = f(x, y) = \sqrt{y - x^2}$ den Definitions- und den Wertebereich an; skizzieren Sie den Definitionsbereich. Zeichnen Sie ein Höhenliniendiagramm der Funktion.

**Aufgabe 3.**
Skizzieren Sie die folgenden Funktionen im ersten Oktanten ($x$, $y$, $z \geq 0$) des Koordinatensystems; dabei sollen auch die Schnittkurven mit den Koordinatenebenen skizziert werden. Zeichnen Sie außerdem zu jeder Funktion ein Diagramm mit fünf Höhenlinien.

a) $z = 1 - x - y$  b) $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  c) $z = x^2 + y^2$

**Aufgabe 4.**
Berechnen Sie zu den folgenden Funktionen die partiellen Ableitungen 1. Ordnung.

a) $f(x, y) = xy^3 - 7x^2y^4$  b) $z = \sin(x)\cos(y)$  c) $u(r, \varphi) = re^{-\varphi^2}$

d) $z = \dfrac{1}{1 + x^2 + y^2}$  e) $f(x, y, z) = x^2y + y^2z$  f) $w = (x + z^3)e^{-(x^2+y^2)}$

**Aufgabe 5.**
Verifizieren Sie $f_{xy} = f_{yx}$ bei den folgenden Funktionen.

a) $f(x, y) = x^3(y^2 - 4x)$  b) $f(x, y) = \ln(1 + x^2 + y^4)$

**Aufgabe 6.**
Zeigen Sie, daß die folgenden Funktionen $w = f(x, y)$ die Gleichung $w_{xx} + w_{yy} = 0$ (die zweidimensionale *Laplace-Gleichung*) erfüllen.

a) $w = e^{ax}\sin(ay)$  ($a$ konstant)  b) $w = \ln(x^2 + y^2)$