TH Mittelhessen, Wintersemester 2014/2015 — Übungsblatt 3
Mathematik 3 für KMUB (BMT) — 30. Oktober/6. November 2014
Prof. Dr. Hans-Rudolf Metz

# Doppelintegrale mit kartesischen Koordinaten

**Aufgabe 1.**
Berechnen Sie das Integral

$$\int_{y=0}^{\pi/2} \int_{x=0}^{6} (x^2 + x\cos y)\, dx\, dy.$$

**Aufgabe 2.**
Die Funktion $z = (1-x)e^y$ soll für $0 \leq x \leq 1$ und $-1 \leq y \leq 1$ betrachtet werden.

1. Zeichnen Sie eine Skizze.
2. Berechnen Sie das Volumen zwischen der Funktionsfläche und der $xy$-Ebene.
3. Schätzen Sie mit Hilfe der Skizze das Volumen nach unten und nach oben ab. Vergleichen Sie die Abschätzung mit dem Integrationsergebnis.

**Aufgabe 3.**
Die Menge $G = \{(x,y) \,|\, 0 \leq x \leq 1 \text{ und } x \leq y \leq \sqrt{x}\,\}$ ist ein kartesischer Normalbereich sowohl bezüglich der $x$- als auch der $y$-Achse. Das Integral

$$\iint\limits_G xy\, dG$$

kann also auf zwei Arten berechnet werden. Führen Sie beide Rechnungen durch.

**Aufgabe 4.**
Setzen Sie für die folgenden Integrationsbereiche $G$ die Grenzen in das Doppelintegral

$$\iint\limits_G f(x,y)\, dG$$

ein, und schreiben Sie $dG$ passend um, also als $dx\,dy$ oder als $dy\,dx$. Ist $G$ sowohl ein kartesischer Normalbereich bezüglich der $x$- als auch der $y$-Achse, dann schreiben Sie beide Möglichkeiten auf. Skizzieren Sie die Mengen $G$.

1. $G = \{(x,y) \,|\, 0 \leq x \leq 5 \text{ und } -2 \leq y \leq x\}$
2. $G = \{(x,y) \,|\, -1 \leq x \leq 2 \text{ und } -3 \leq y \leq x^2\}$
3. $G = \{(x,y) \,|\, 0 \leq x \leq 2 - \cos y \text{ und } -\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}\}$