

## Tangentialebenen, Taylor-Entwicklung

### Aufgabe 1.

Berechnen Sie zur Funktion  $z = f(x, y) = x^2 - y^2$  die Gleichung der Tangentialebene im Punkt  $P = (x_0, y_0, f(x_0, y_0))$ , wobei  $x_0 = 1$  und  $y_0 = -2$  sein soll.

Um wieviel ändert sich  $z$  ungefähr, wenn  $x$  und  $y$  sich jeweils um höchstens 0,02 ändern? In welchem Intervall liegt  $z$  dann?

### Aufgabe 2.

Die Ebene  $4x - 7y - 4z = -18$  sei gegeben. Gesucht sind

1. ein Normalenvektor auf der Ebene,
2. der senkrechte Abstand der Ebene vom Ursprung,
3. die Schnittpunkte der Ebene mit den Koordinatenachsen.

### Aufgabe 3.

Die Funktion  $z = f(x, y) = 4x^2y^4 - 3xy$  soll an der Stelle mit  $x_0 = 2$  und  $y_0 = 1/2$  untersucht werden. Gesucht sind

1. ein Flächennormalenvektor,
2. die lineare Approximationsformel für  $\Delta z$ ,
3. die Gleichung der Tangentialebene,
4. der senkrechte Abstand der Tangentialebene vom Ursprung,
5. die Schnittpunkte der Tangentialebene mit den Koordinatenachsen.

### Aufgabe 4.

Zur Funktion  $z = f(x, y) = \sqrt{2}(1 - x^3) \cos(y)$  ist an der Stelle  $x_0 = 1/2$ ,  $y_0 = \pi/4$  die Tangentialebene und ein Flächennormalenvektor gesucht.

### Aufgabe 5.

Berechnen Sie an der Stelle  $(x_0, y_0) = (0, 0)$  die quadratische Approximation (d.h. die Taylor-Entwicklung bis zu den Termen zweiter Ordnung) zu der Funktion

1.  $f(x, y) = x e^y$ ,
2.  $f(x, y) = e^x \cos(y)$ .

**Aufgabe 6.**

Berechnen Sie zu der Funktion

$$f(x, y) = x^2 \cos(3y)$$

an der Stelle mit  $x_0 = 1$  und  $y_0 = 0$  die quadratische Approximation, d.h. die Taylor-Entwicklung bis zu den Termen zweiter Ordnung.