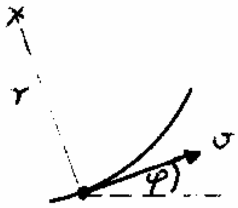
Klausur Techn. Mechanik, MMEW 3, Do. 8.2.07, 8^{00}-9^{30}, A202/A203/A305,C210 \WS06\TM3-K.DOC

Name: Vorname: Matrikel:

☺ Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner und Formelsammlung (eigene oder gekaufte)
☹ Nicht erlaubt: 🕮 Lehrbuch, Skript
Lösung und Lösungsweg sind anzugeben ① Es darf g = 10 m/s^2 gesetzt werden
Dieses Aufgabenblatt ist mit angehängter Ausarbeitung abzugeben

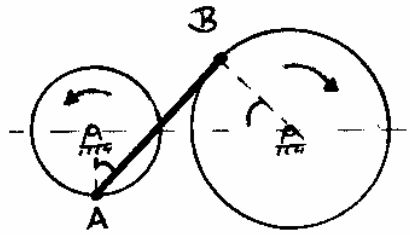
1 Ein Auto fährt einen steilen Berg hoch, wobei sich die Steigung der Straße entlang des Weges ändert. An einer Stelle, an der die Steigung tan φ = 0,4 beträgt, hat das Auto eine Geschwindigkeit von 10 m/s und die Beschleunigungen 2 m/s^2 in waagerechter Richtung und 3 m/s^2 in senkrechter Richtung. Es sind zu bestimmen:

a) Normalkomponente der Beschleunigung
b) Krümmungsradius der Bahn



(20)

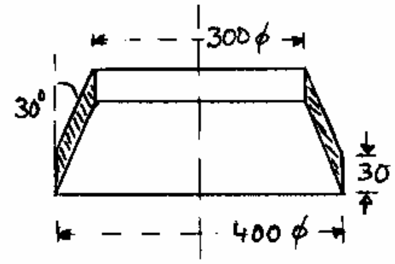
2 Zwei Scheiben sind über einen Stab miteinander verbunden. Die linke Scheibe hat einen Radius von 0,3 m, die rechte Scheibe hat einen Radius von 0,5 m. Die linke Scheibe rotiert mit einer Winkelgeschwindigkeit von 18 s^{-1} entgegen dem Uhrzeigersinn. Für die gezeichnete Position, bei der die markierten Winkel den Wert 45° haben, sind die Geschwindigkeiten der Punkte A und B, sowie die Winkelgeschwindigkeit der rechten Scheibe zu bestimmen.



(16)

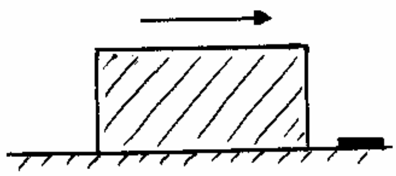
3 Das rechts gezeigte Werkstück ist ein Drehteil in Form eines Konus. Es ist aus Aluminium gefertigt, die Maße sind in der Einheit Millimeter angegeben.

a) Berechnen Sie Massenträgheitsmoment bezüglich der Symmetrieachse.
b) Schätzen Sie mit sinnvollen Näherungen das Deviationsmoment für eine durch den Schwerpunkt gehende Drehachse, die um 0,3 ° gegen die Symmetrieachse gekippt ist.



(24)

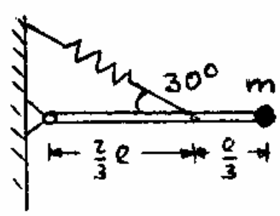
4 Das Bild zeigt einen homogenen Block mit der Höhe 1,4 m und der Breite 2 m. Als der Block gegen die Kante auf der rechten Seite rutscht, kippt er nach rechts um. Wie groß muss seine Geschwindigkeit vor dem Stoß mindestens gewesen sein ?



(14)

5 Der abgebildete Schwinger besteht aus einer einseitig drehbar gelagerten, waagerechten Stange der Länge 40 cm, die näherungsweise starr und massenlos ist, einer Feder mit der Federkonstanten 80 N/mm und einer Masse von 16 kg.

a) Wie groß ist die Schwingungsdauer ?
b) Welche Gesamtenergie hat der Schwinger, wenn die Amplitude der Massenschwingung 3 cm beträgt ?



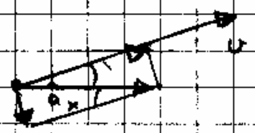
(16)

☺ Viel Erfolg ! Punktesumme (90)

Musterlösung

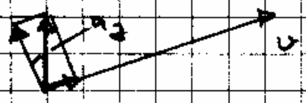
1. Aufgabe

a) 1. Lösungsweg: Projektion von a_x, a_y auf Bewegungsrichtung



Normalkomponente von a_x

$$= a_x \cdot \sin\varphi = 2\,\frac{m}{s^2}\,\sin 21{,}8^\circ = 0{,}743\,\frac{m}{s^2}$$



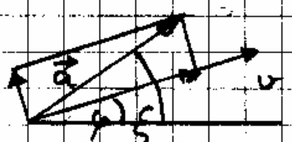
Normalkomponente von a_y

$$= a_y \cdot \cos\varphi = 3\,\frac{m}{s^2}\,\cos 21{,}8^\circ = 2{,}785\,\frac{m}{s^2}$$

Normalkomponente der Beschleunigung

$$a_n = 2{,}785\,\frac{m}{s^2} - 0{,}743\,\frac{m}{s^2} = \underline{2{,}042\,\frac{m}{s^2}}$$

2. Lösungsweg: Projektion von a auf Bewegungsrichtung



$$\varphi = \arctan 0{,}4 = 21{,}80^\circ$$

$$\xi = \arctan \frac{a_y}{a_x} = \arctan \frac{3}{2} = 56{,}31^\circ$$

Betrag von a

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{2^2+3^2}\,\frac{m}{s^2} = 3{,}606\,\frac{m}{s^2}$$

Normalkomponente von a

$$= a \cdot \sin(\xi - \varphi) = 3{,}606\,\frac{m}{s^2}\,\sin 34{,}51^\circ = \underline{2{,}043\,\frac{m}{s^2}}$$

b) Krümmungsradius aus Normalbeschleunigung

$$a_n = \frac{v^2}{r} \Longrightarrow r = \frac{v^2}{a_n} = \frac{(10\,m/s)^2}{2{,}042\,m/s^2} = \underline{49{,}0\,m}$$

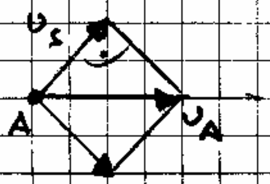
2. Aufgabe

1. Lösungsweg über Bewegung der Punkte A und B

Punkt A bewegt sich horizontal nach rechts (→)

$$v_A = \omega_A \cdot r_A = 18\,\frac{1}{s} \cdot 0{,}3\,m = 5{,}4\,\frac{m}{s}$$

Bewegung von A bewirkt eine Schiebung und eine Drehung (uninteressant) der Schubstange AB



Schubgeschwindigkeit der Stange

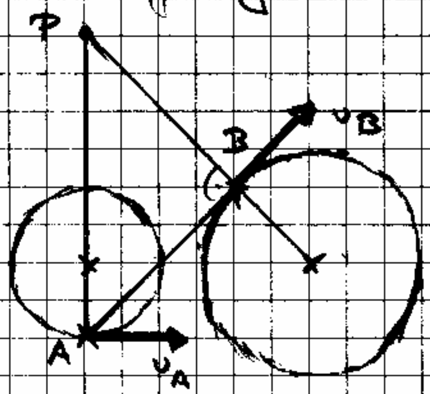
$$v_S = v_A \cdot \sin\varphi$$

$$= 5{,}4\,\frac{m}{s}\,\sin 45^\circ = \underline{3{,}82\,\frac{m}{s}}$$

Winkelgeschwindigkeit vom Punkt B

$$\omega_B = \frac{v_B}{r_B} = \frac{v_S}{r_B} = \frac{3{,}82\,m/s}{0{,}5\,m} = \underline{7{,}64\,\frac{1}{s}}$$

2. Lösungsweg über momentanen Drehpol



Aus Geometrie folgt

$$l_{PB} = l_{AB}$$

$$l_{PA} = \sqrt{2}\; l_{PB}$$

Drehung der Stange um P

$$\omega_{Stange} = \frac{v_A}{l_{PA}} = \frac{v_B}{l_{PB}}$$

Daraus folgt

$$v_B = v_A \cdot \frac{l_{PB}}{l_{PA}} = \omega_A \cdot r_A \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

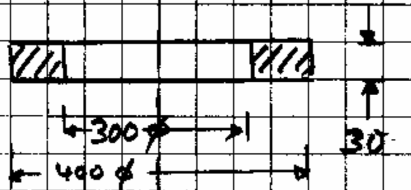
$$= 18\,\frac{1}{s} \cdot 0{,}3\,m \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \underline{3{,}82\,\frac{m}{s}}$$

Ferner

$$\omega_B = \frac{v_B}{r_B} = \frac{3{,}82\,m/s}{0{,}5\,m} = \underline{7{,}64\,\frac{1}{s}}$$

3. Aufgabe

a) Scherung des ursprünglichen Körpers liefert neuen Körper mit gleicher Masse und gleichem J_z



$$m = \rho \cdot h \cdot \pi \left(r_a^2 - r_i^2\right)$$

$$= 2700 \frac{kg}{m^3} \, 0{,}03\,m \cdot \pi \left(0{,}2^2\,m^2 - 0{,}15^2\,m^2\right)$$

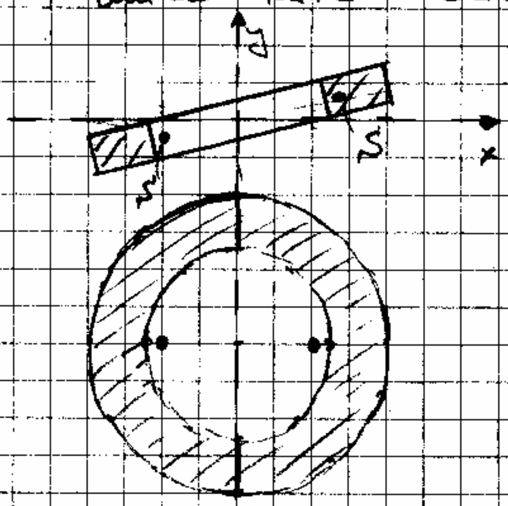
$$= 4{,}45\ kg$$

$$J_z = \frac{1}{2} m \left(r_a^2 + r_i^2\right)$$

$$= \frac{1}{2}\, 4{,}45\,kg \left(0{,}2^2\,m^2 + 0{,}15^2\,m^2\right)$$

$$= \underline{0{,}139\ kg \cdot m^2}$$

b) Zur Berechnung des Deviationsmoments wird der Körper von Aufgabenteil a) in zwei Teile zerschnitten. Die beiden Teile werden durch ihre Schwerpunkte beschrieben.



grobe Schätzung: $x_s \approx 140\ mm$

ferner ist: $y_s = x_s \tan\varphi$

$$J_{xy} = \int x\, y\, dm$$

$$= \underbrace{x_s y_s \frac{m}{2}}_{\text{linkes Teil}} + \underbrace{x_s y_s \frac{m}{2}}_{\text{rechtes Teil}}$$

$$= (-0{,}14\,m)(-0{,}14\,m) \tan 0{,}3^\circ \cdot 2{,}23\,kg$$

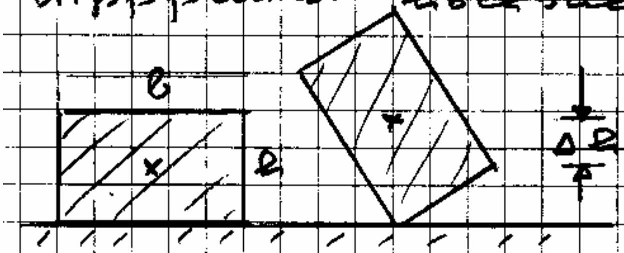
$$+ 0{,}14\,m \cdot 0{,}14\,m \cdot \tan 0{,}3^\circ \cdot 2{,}23\,kg$$

$$= 2{,}3 \cdot 10^{-4}\,kg \cdot m^2 + 2{,}3 \cdot 10^{-4}\,kg \cdot m^2$$

$$= \underline{4{,}6 \cdot 10^{-4}\,kg \cdot m^2}$$

4. Aufgabe

Die Bewegungsenergie vor dem Stoß muss ausreichen, um den Schwerpunkt des Körpers bis zum Kipppunkt hochzuheben.



$$E_{kin} = \Delta E_{pot}$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = m \cdot g \cdot \Delta\ell$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{2 g \Delta\ell} = \sqrt{2g\left[\sqrt{\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 + \left(\frac{\ell}{2}\right)^2} - \frac{\ell}{2}\right]}$$

$$= \sqrt{2 \cdot 10\,\frac{m}{s^2}\left(\sqrt{0{,}7^2 + 1^2} - 0{,}7\right)m} = \underline{\underline{3{,}23\,\frac{m}{s}}}$$

5. Aufgabe

es handelt sich um eine Drehschwingung.
die Schwerkraft braucht nicht berücksichtigt zu werden, da sie lediglich die Feder vorspannt.

a) $J_A = m \cdot \ell^2 = 16\,kg \cdot (0{,}4\,m)^2 = 2{,}56\,kg \cdot m^2$

$$c_T = c \cdot \ell_{eff}^2 \cdot \cos^2\varphi = \frac{80\,N}{10^{-3}\,m}\left(\frac{2}{3} \cdot 0{,}4\,m\right)^2 \cos^2 60° = 1422\,Nm$$

Winkel zwischen Kraft und Bewegung

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{J_A}{c_T}} = 2\pi\sqrt{\frac{2{,}56\,kg\,m^2}{1422\,Nm}} = \underline{\underline{0{,}267\,s}}$$

b) Gesamtenergie = Lageenergie bei max. Auslenkung

= max. Spannenergie der Feder

$$= \frac{1}{2}\, c_T \cdot \hat{\varphi}^2$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 1422\,Nm \cdot \left(\frac{3}{40}\right)^2 = \underline{\underline{4{,}0\,Nm}}$$