

Name:

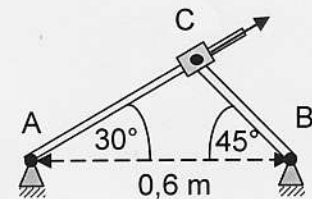
Vorname:

Matrikel:

- ☺ Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner und Formelsammlung (eigene oder gekaufte)
 ☹ Nicht erlaubt: 📖 Lehrbuch, 📄 Skript
 📄 Lösung und Lösungsweg sind anzugeben ⓘ Es darf $g = 10 \text{ m/s}^2$ gesetzt werden
 📄 Dieses Aufgabenblatt ist mit angehängter Ausarbeitung abzugeben

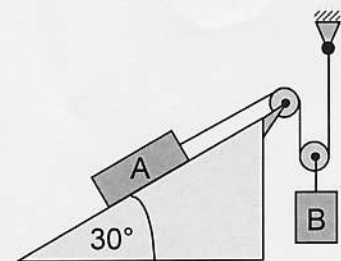
1 In dem rechts skizzierten System gleitet die Muffe C mit der Geschwindigkeit $v = 3 \text{ m/s}$ entlang der linken Stange nach rechts oben.

- a) Welche Längen haben die Strecken l_{AC} und l_{BC} ?
 b) Wie groß ist die Winkelgeschwindigkeit der Stange BC ?
 (10)



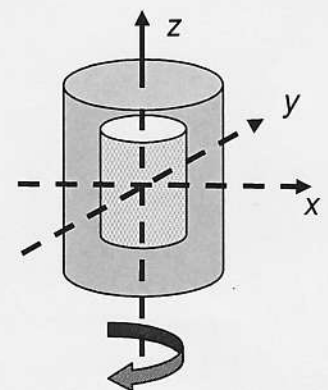
2 Bei dem rechts gezeigten System befindet sich die Masse $m_A = 250 \text{ kg}$ auf einem Hang mit Steigungswinkel $\varphi = 30^\circ$. Ihre Gleitreibungszahl hat den Wert $\mu = 0,23$. Am Seilzug hängt eine Masse $m_B = 500 \text{ kg}$. Zu Beginn hat die Masse A die Geschwindigkeit $v_{A1} = 2 \text{ m/s}$ in Richtung nach rechts oben.

- a) Welche Beschleunigung a_A erfährt Masse A ?
 b) Wie lange dauert es, bis die Masse A die Geschwindigkeit $v_{A2} = 6 \text{ m/s}$ erreicht hat ?
 c) Wie groß ist die Seilkraft während dieser Beschleunigung ?
 (10)



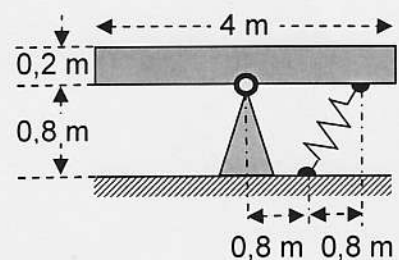
3 Das rechts gezeigte Werkstück ist ein dickwandiger Hohlzylinder. Mantelfläche und Stirnflächen bestehen aus Stahlblech der Dicke 20 mm. Die Außenmaße des Zylinders sind Durchmesser 8 cm und Länge 16 cm.

- a) Wie groß ist das Massenträgheitsmoment J_z bei Drehung um die Symmetrieachse ?
 b) Wie groß ist die Rotationsenergie bei Drehung um die Symmetrieachse mit der Drehzahl $n = 6000 \text{ min}^{-1}$?
 c) Schätzen Sie in einer (sehr) groben Näherung ab, wie groß das Deviationsmoment J_{xy} für eine durch den Schwerpunkt gehende Achse ist, die um $0,5^\circ$ gegen die Symmetrieachse gekippt ist.
 (10)



4 Eine Wippschaukel besteht aus einem Holzbalken mit der Masse $m = 120 \text{ kg}$, der wie gezeichnet drehbar gelagert ist. Der Balken hat einen quadratischen Querschnitt mit der Seitenlänge 0,2 m.

- a) Wie groß ist das Massenträgheitsmoment des Balkens für die Drehung um das Lager ?
 b) Wie groß sind Kippmoment durch die Schwerkraft und Rückstellmoment durch die Feder ($c = 140 \text{ N/m}$) bezogen auf den Auslenkwinkel ?
 b) Wie groß ist die Dauer einer Schwingung bei kleiner Amplitude?
 (10)

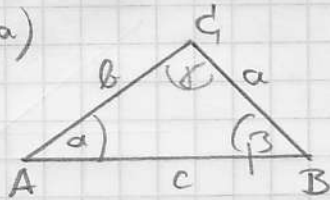


Viel Erfolg !

Punktesumme (40)

Musterlösung

1. Aufgabe a)



Sinussatz:

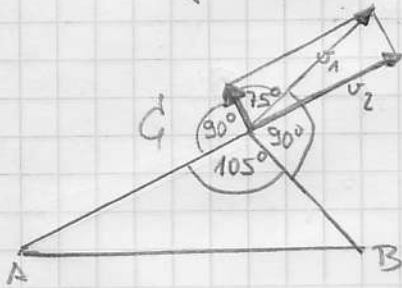
$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

$$l_{AC} = b = c \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \gamma} = 0,6 \text{ m} \cdot \frac{\sin 45^\circ}{\sin 105^\circ} = \underline{\underline{0,4392 \text{ m}}}$$

$$l_{BC} = a = c \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = 0,6 \text{ m} \cdot \frac{\sin 30^\circ}{\sin 105^\circ} = \underline{\underline{0,3106 \text{ m}}}$$

b) Drehpol ist B, da sich C um B dreht.

Lösung über Zerlegung der Geschwindigkeit



resultierende Bewegung ist die Diagonale im Rechteck. Diese ergibt sich einerseits direkt durch die Drehung der Stange BC um C, und andererseits durch die Stange AC, die länger wird und sich um A gegen den Uhrzeigersinn dreht.

$$\sin 75^\circ = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow v_1 = \frac{v_2}{\sin 75^\circ}$$

$$\omega_{CB} = \frac{v_1}{l_{BC}} = \frac{v_2}{l_{BC} \sin 75^\circ} = \frac{3 \text{ m/s}}{0,3106 \text{ m} \cdot \sin 75^\circ} = \underline{\underline{100 \frac{1}{s}}}$$

alternativer Lösungsweg mit Kosinussatz:

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$$

nach der Zeit abgeleitet

$$2b \dot{b} = 0 + 0 - 2ac \dot{\beta} (-) \sin \beta$$

$$\text{umgestellt: } \dot{\beta} = \frac{b \dot{b}}{ac \sin \beta} = \frac{0,4392 \text{ m} \cdot 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,3106 \text{ m} \cdot 0,6 \text{ m} \cdot \sin 45^\circ} = \underline{\underline{10,0 \frac{1}{s}}}$$

2. Aufgabe

Seilkraft links = Seilkraft rechts

$$m_A (g \sin \varphi + \mu g \cos \varphi + a_A) = \frac{1}{2} m_B (g - \frac{1}{2} a_A)$$

$$\text{a) umgestellt: } a_A = g \cdot \frac{\frac{1}{2} m_B - m_A (\sin \varphi + \mu \cos \varphi)}{\frac{1}{4} m_B + m_A}$$

$$= 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{250 \text{ kg} - 250 \text{ kg} (\sin 30^\circ + 0,23 \cos 30^\circ)}{125 \text{ kg} + 250 \text{ kg}} = \underline{\underline{2,00 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$$

$$\text{b) } a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{6 \text{ m/s} - 2 \text{ m/s}}{2 \text{ m/s}^2} = \underline{\underline{2,0 \text{ s}}}$$

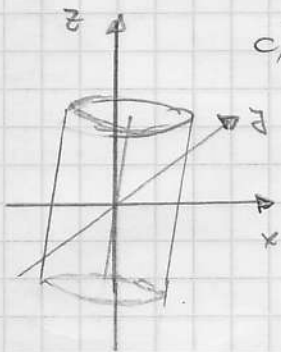
$$\text{c) } F = \frac{1}{2} m_B (g - \frac{1}{2} a_A) = 250 \text{ kg} \cdot (10 - 1) \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \underline{\underline{2250 \text{ N}}}$$

3. Aufgabe a) großer Zylinder $J = \frac{1}{2} m r^2 = \frac{\pi}{2} R s r^4$
 $= \frac{\pi}{2} 0,16 \text{ m} \cdot 7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} 0,04^4 \text{ m}^4 = 5,019 \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2$

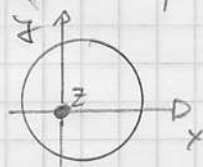
kleiner Zylinder $J = \frac{\pi}{2} R s r^4$
 $= \frac{\pi}{2} 0,12 \text{ m} \cdot 7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} 0,02^4 \text{ m}^4 = 2,352 \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2$

Differenz $(5,019 - 0,235) \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2 = \underline{4,784 \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2}$

b) $W_{\text{rot}} = \frac{1}{2} J \omega^2 = \frac{1}{2} 4,784 \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2 \left(2\pi \frac{6000}{60 \text{ s}} \right)^2 = \underline{944 \text{ J}}$



c) Bereich von oben auf Körper



Liegt die Verdrillung in der x-z- oder in der y-z-Ebene, dann ist aus Symmetriegründen $J_{xz} = 0$.

Annahme: Verdrillung in Diagonale der x-z Ebene

$$J_{xz} = \int dm x z = \int dm x z$$

Durchstoßpunkt z-Achse

$$= \int dm r^2 r^2 = r^2 \int dm (x^2 + z^2)$$

$$= r^2 J_z = (10^{-2} \text{ rad})^2 5 \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2 = \underline{5 \cdot 10^{-7} \text{ kg m}^2}$$

4. Aufgabe a) $J_A = \frac{1}{12} m (l^2 + R^2) + m s^2$
 $= \frac{1}{12} 120 \text{ kg} (4^2 \text{ m}^2 + 0,2^2 \text{ m}^2) + 120 \text{ kg} 0,1^2 \text{ m}^2 = \underline{161,6 \text{ kg m}^2}$

b) Krüppmoment durch Schwerekraft

$$G = m \cdot g \cdot s = 120 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,1 \text{ m} = \underline{120 \text{ Nm}}$$

Rückstellmoment der Feder

$$G = c \cdot r^2 \cdot \sin^2 \gamma = 140 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 1,6^2 \text{ m}^2 \sin^2 45^\circ = \underline{179,2 \text{ Nm}}$$

c) Schwingungsdauer

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{J_A}{G}} = 2\pi \sqrt{\frac{161,6 \text{ kg m}^2}{(179,2 - 120) \text{ Nm}}} = \underline{10,40 \text{ s}}$$