

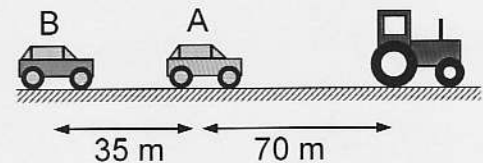
Name:

Vorname:

Matrikel:

- ☺ Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner und Formelsammlung (eigene oder gekaufte)
- ⊗ Nicht erlaubt: Lehrbuch, Skript
- Lösung und Lösungsweg sind anzugeben
- ⓘ Es darf $g = 10 \text{ m/s}^2$ gesetzt werden
- Dieses Aufgabenblatt ist mit angehängter Ausarbeitung abzugeben

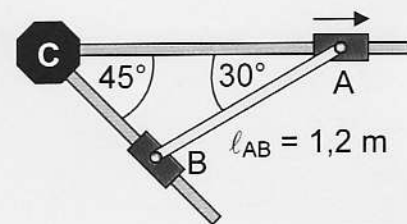
1 Zwei Autos A und B fahren im Abstand von 35 m mit $v_{0A} = v_{0B} = 72 \text{ km/h}$ auf einer Landstraße. Fahrer A sieht hinter einer Kurve plötzlich in 70 m Entfernung einen stehenden Traktor als Hindernis. Nach einer Reaktionszeit von 1 s bremst er mit -5 m/s^2 . Fahrer B bremst beim Aufleuchten der Bremslichter des Autos A nach einer Reaktionszeit von ebenfalls 1 s mit -4 m/s^2 . Die Länge der Autos wird vernachlässigt.



- Legen Sie die Nullpunkte von Zeit und Ort zur Beschreibung des Vorgangs sinnvoll fest.
- Welche Strecken legen die beiden Autos ab Nullpunkt mit gleichf. Bewegung zurück?
- Wie groß sind jeweils Bremszeit und Bremsweg?
- Zeichnen Sie den Bewegungsablauf maßstäblich in ein $s-t$ -Diagramm und diskutieren Sie die Bewegung.

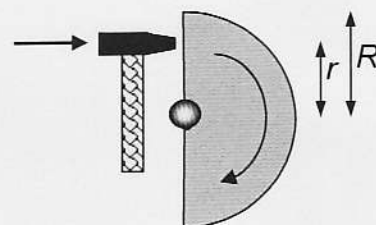
(12 P)

2 In dem rechts gezeigten System sind zwei Stangen fest im Lager C montiert. Die beiden Muffen A und B sind mit einer 1,2 m langen Stange verbunden. Muffe A bewegt sich mit einer Geschwindigkeit von 4 m/s nach rechts. Für die skizzierte Lage sind die Geschwindigkeit der Muffe B und die Winkelgeschwindigkeit der Verbindungstange AB zu bestimmen.



(10 P)

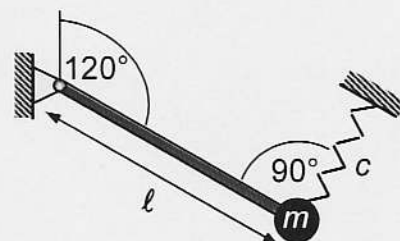
3 Eine drehbar gelagerte massive Halbkreisscheibe mit Radius $R = 40 \text{ cm}$ und Masse 15 kg ist zunächst in Ruhe. Dann wird sie durch einen Hammerschlag im Abstand $r = 30 \text{ cm}$ von der Achse in Drehung mit der Anfangsdrehzahl $n_0 = 12 \text{ s}^{-1}$ versetzt. Eine Reibungsbremse bremst sie gleichmäßig innerhalb von 3 s bis zum Stillstand ab. Die Achse steht vertikal, so dass die Schwerkraft keinen Einfluss auf die Bewegung hat.



- Wie groß ist das Massenträgheitsmoment der Scheibe?
- Wie groß ist der Winkelbeschleunigung der Abbremsung?
- Wie groß ist das wirkende Bremsmoment?
- Wie groß ist der vom Hammerschlag ausgeübte Kraftstoß?

(12 P)

4 Das skizzierte System besteht aus einer masselosen Stange der Länge $\ell = 0,6 \text{ m}$, einer punktförmigen Masse $m = 10 \text{ kg}$ und einer Feder mit der Federkonstanten $c = 1 \text{ N/mm}$. Nach einer kleinen Auslenkung der Masse vollführt diese eine Schwingung. Aufgrund der Ruhelage bei 120° gegen die Vertikale beeinflusst die Schwerkraft die Schwingung. Wie groß ist die Eigenkreisfrequenz ω_0 der Schwingung?



(10 P)

☺ Viel Erfolg!

Punktesumme (44 P)

Musterlösung

1. Aufgabe

a) Nullpunkt der Zeit:

als Fahrer A dem Traktor sieht

Nullpunkt des Ortes: Traktor

b) Auto A: $\Delta s = v_0 t = \frac{72 \text{ m}}{36 \text{ s}} \cdot 1 \text{ s} = \underline{20 \text{ m}}$

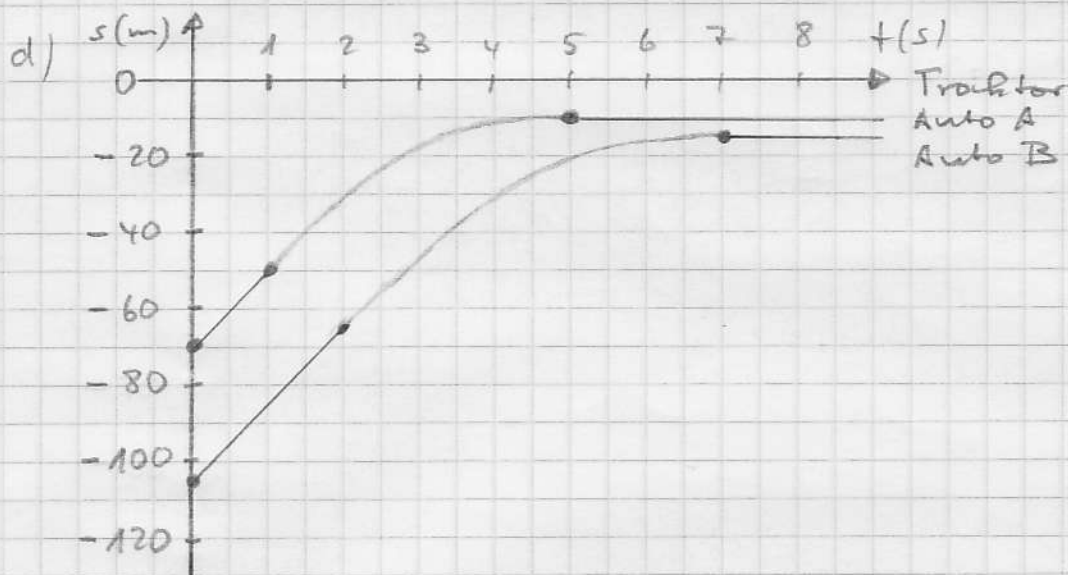
Auto B: $\Delta s = v_0 t = \frac{72 \text{ m}}{36 \text{ s}} \cdot 2 \text{ s} = \underline{40 \text{ m}}$

c) Auto A: $t_B = \frac{v_0}{-a} = \frac{20 \text{ m/s}}{5 \text{ m/s}^2} = \underline{4 \text{ s}}$

Auto B: $t_B = \frac{v_0}{-a} = \frac{20 \text{ m/s}}{4 \text{ m/s}^2} = \underline{5 \text{ s}}$

Auto A: $s_B = \frac{1}{2} v_0 t_B = \frac{1}{2} \cdot 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 4 \text{ s} = \underline{40 \text{ m}}$

Auto B: $s_B = \frac{1}{2} v_0 t_B = \frac{1}{2} \cdot 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 5 \text{ s} = \underline{50 \text{ m}}$

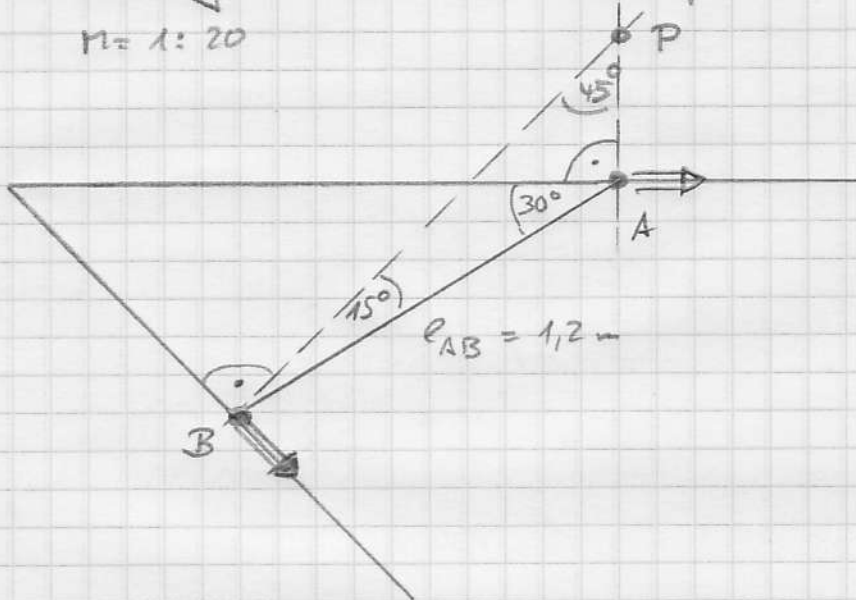


Auto A kommt 10 m vor dem Traktor zum Stehen, Auto B kommt 5 m vor Auto A zum Stehen. Es gibt keine Kollision, da Geschwindigkeit und Abstand angemessen sind.

2. Aufgabe

1. Lösung über Momentenpol

M = 1:20



Geometrie:

$$\frac{l_{BP}}{\sin 120^\circ} = \frac{l_{AB}}{\sin 45^\circ} = \frac{l_{AP}}{\sin 15^\circ}$$

$$l_{BP} = l_{AB} \frac{\sin 120^\circ}{\sin 45^\circ}$$

$$= 1,470 \text{ m}$$

$$l_{AP} = l_{AB} \frac{\sin 15^\circ}{\sin 45^\circ}$$

$$= 0,439 \text{ m}$$

Rotation:

$$\omega_{AB} = \frac{v_A}{l_{AP}} = \frac{v_B}{l_{BP}}$$

$$\omega_{AB} = \frac{4 \text{ m/s}}{0,439 \text{ m}}$$

$$= 9,11 \frac{1}{s}$$

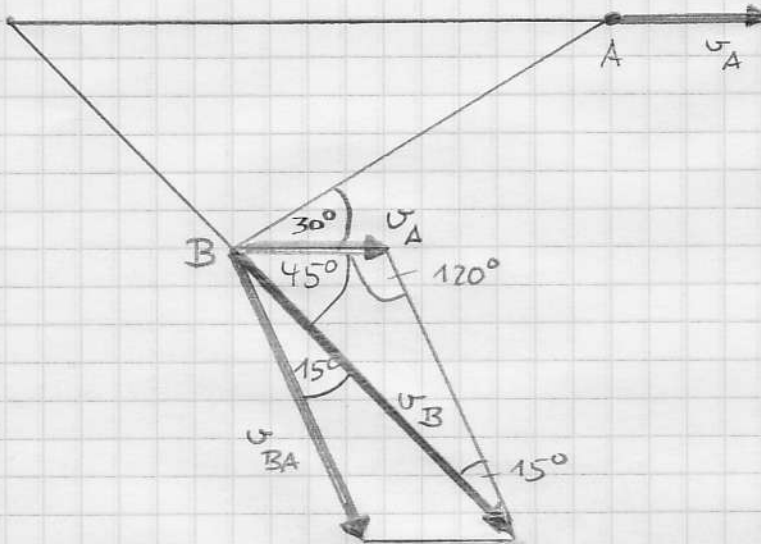
$$v_B = v_A \cdot \frac{l_{BP}}{l_{AP}}$$

$$= 4 \text{ m/s} \cdot \frac{1,470 \text{ m}}{0,439 \text{ m}} = 13,39 \text{ m/s}$$

2. Aufgabe

2. Lösung über Schiebung und Drehung

$$n = 1:20$$



$$\frac{v_B}{\sin 120^\circ} = \frac{v_A}{\sin 15^\circ} = \frac{v_{BA}}{\sin 45^\circ}$$

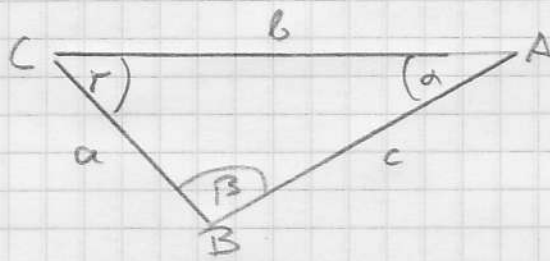
$$v_B = v_A \frac{\sin 120^\circ}{\sin 15^\circ}$$
$$= \underline{\underline{13,38 \frac{m}{s}}}$$

$$v_{BA} = v_A \frac{\sin 45^\circ}{\sin 15^\circ}$$
$$= 10,93 \frac{m}{s}$$

$$\omega_{BA} = \frac{v_{BA}}{l_{AB}}$$
$$= \frac{10,93 \frac{m}{s}}{1,2 \text{ m}}$$
$$= \underline{\underline{9,11 \frac{1}{s}}}$$

2. Aufgabe

3. Lösung über analytische Rechnung



$$\begin{aligned}\alpha &= 30^\circ \\ \beta &= 105^\circ \\ \gamma &= 45^\circ\end{aligned}$$

Sinussatz liefert Strecken

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{c}{\sin \gamma} = \frac{b}{\sin \beta}$$
$$\downarrow \quad \swarrow \quad \searrow \quad \downarrow$$
$$a = c \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} \qquad b = c \frac{\sin \beta}{\sin \gamma}$$

Cosinussatz

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

abgeleitet nach der Zeit mit der

Bedingung, dass c und γ konstant sind:

$$0 = 2a\dot{a} + 2b\dot{b} - 2\dot{a}b \cos \gamma - 2a\dot{b} \cos \gamma$$

umgestellt

$$\dot{a}(-a + b \cos \gamma) = \dot{b}(b - a \cos \gamma)$$

$$\dot{a} = \dot{b} \frac{b - a \cos \gamma}{b \cos \gamma - a}$$

Strecken eingesetzt

$$\dot{a} = \dot{b} \frac{\sin \beta - \sin \alpha \cos \gamma}{\sin \beta \cos \gamma - \sin \alpha}$$
$$\downarrow \quad \uparrow$$
$$v_B = v_A \frac{0,966 - 0,5 \cdot 0,707}{0,966 \cdot 0,707 - 0,5}$$
$$= 4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{0,612}{0,183} = \underline{\underline{13,38 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

Ferner: $\sin \alpha = \frac{a}{c} \sin \gamma$ (aus Sinussatz)

abgeleitet nach der Zeit: $\dot{a} \cos \alpha = \dot{a} \frac{\sin \gamma}{c}$

$$\Rightarrow \dot{\alpha} = \dot{a} \frac{1}{c} \frac{\sin \gamma}{\cos \alpha} = 13,38 \frac{\text{m}}{\text{s}} \frac{1}{1,2 \text{m}} \frac{0,707}{0,866} = \underline{\underline{9,10 \frac{1}{\text{s}}}}$$

3. Aufgabe

a) gleiche Massenverteilung als Funktion des Radius wie bei Kreisscheibe, also

$$J = \frac{1}{2} m r^2 = \frac{1}{2} 15 \text{ kg} (0,4 \text{ m})^2 = \underline{1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2}$$

$$b) \alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{-2\pi \cdot 12 \frac{1}{s}}{3 \text{ s}} = \underline{-25,1 \frac{1}{s^2}}$$

$$c) M = J \cdot \alpha = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot 25,1 \frac{1}{s^2} = \underline{30,2 \text{ Nm}}$$

d) $M = r \cdot F$ (momentan übertragenes Drehmoment)

$$\int M dt = r \int F dt \quad (\text{Dralländerung durch Schlag})$$

$$\overset{||}{\int} \Delta \omega = r \int F dt$$

$$\Rightarrow \int F dt = \frac{J \Delta \omega}{r} = \frac{1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot 2\pi \cdot 12 \frac{1}{s}}{0,3 \text{ m}} = \underline{302 \text{ kg} \frac{\text{m}}{s}}$$

4. Aufgabe Drehschwingung

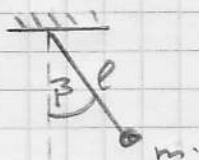
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c_T}{J_A}} = \sqrt{\frac{c_T (\text{Feder}) + c_T (\text{Schwerkraft})}{J_A}}$$

$$= \sqrt{\frac{c l^2 \cos^2 0^\circ + m g l \cos \beta}{m l^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{1000 \text{ N/m} (0,6 \text{ m})^2 \cdot 1 + 10 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,6 \text{ m} \cdot \cos 60^\circ}{10 \text{ kg} \cdot (0,6 \text{ m})^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{360 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2 + 30 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2}{3,6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2}} = \underline{10,41 \text{ Hz}}$$

Ergänzung: Berechnung von c_T (Schwerkraft)



richtstellen des Drehmoment

$$M = m \cdot g \cdot l \cdot \sin \beta$$

$$\text{hier ist } \beta = \beta_0 + \varphi$$

↑ Winkel Schwingung
↑ Winkel Ruhelage

$$\text{Also } M = m \cdot g \cdot l \cdot \sin (\beta_0 + \varphi)$$

Näherung für kleinen Winkel φ :

$$M = \underbrace{m g l \sin \beta_0}_{\text{bei Ruhelage}} + \underbrace{m g l \cos \beta_0}_{= c_T} \cdot \varphi$$