

Schattierung (Helligkeitsverlauf an Oberfläche) abhängig

- von Position der Lichtquelle,
- v.Farbe, Rauheit, Orientierung reflektierender Oberfläche
- von Position des Betrachters

Annahme: Licht von Punkt-Lichtquellen von Obj.-Oberfläche **durchgelassen** (evtl. gebrochen; extrem: durchsichtig, unsichtbar) / **absorbiert** (extrem: schwarz) / **reflektiert** (extrem: Streulicht weißer Kreide / Spiegelung)

Diffuse Reflexion (Streuung): Leichte Durchdringung der Oberfläche und Licht-„Rückwurf“ in alle Richtungen; Einfluß der Oberfläche auf Farbe des reflektierten Lichtes

Spekulare Reflexion (Spiegel): Keine Oberfl.-Durchdringung
gerichtete Reflexion: Reflektiertes Licht kann eher Farbe der Quelle (Plastik) oder des Materials (Metall) erhalten.

Lambertsches (Kosinus-) Gesetz für Diffuse Reflexion:

Eine matte weiße Fläche hat eine Helligkeit, die von der Richtung ihrer Beobachtung unabhängig ist. Die von ihr ausgehende Lichtstärke I_d (Lichtenergie pro Raumwinkel und Zeit) ist abhängig nur von dem gegen die Flächennormale gemessenen Winkel θ , unter dem sie beleuchtet wird, und von der Lichtstärke I_Q der Lichtquelle:

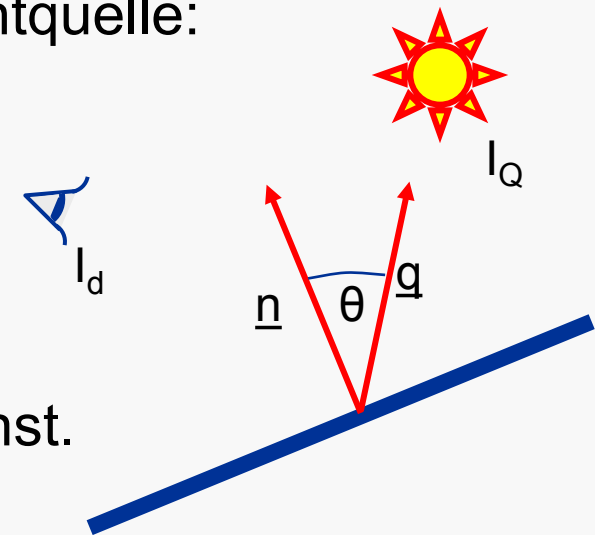
$$\begin{aligned} I_d &= I_Q \cdot \rho_d \cdot \cos \theta \\ &= I_Q \cdot \rho_d \cdot \underline{q} \cdot \underline{n} \end{aligned}$$

mit: $|\underline{q}| = |\underline{n}| = 1$

ρ_d : diffuser Reflexionskoeffizient

$\rho_d = \rho_d$ (Lichtfarbe, θ , Oberfläche) \approx const.

($0 < \rho_d < 1$; in CG meist: trial & error)



Unabhängigkeit vom Abstand Objekt-Lichtquelle –

Annahme: ambientes Licht (Reflexionen aus der Umgebung – s.u.)

Schattierung und Beleuchtung

Zur Erinnerung: Verwendung des Skalarprodukts zweier Vektoren zur Berechnung des Winkels θ zwischen ihnen:

$$x_{B'} = R \cdot \cos\varphi$$

$$y_{B'} = R \cdot \sin\varphi$$

$$x_{B''} = r \cdot \cos(\varphi+\theta)$$

$$y_{B''} = r \cdot \sin(\varphi+\theta)$$

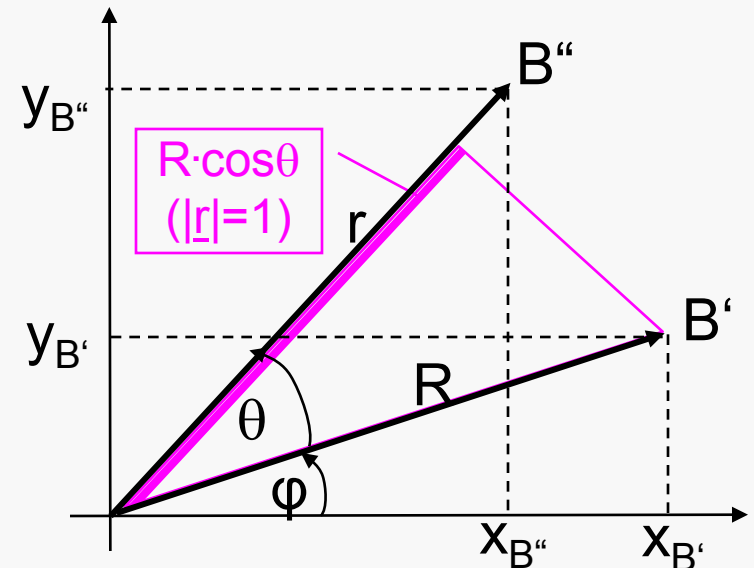
$$\begin{pmatrix} x_{B'} \\ y_{B'} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{B''} \\ y_{B''} \end{pmatrix} = x_{B'} \cdot x_{B''} + y_{B'} \cdot y_{B''}$$

$$= R \cdot \cos\varphi \cdot r \cdot \cos(\varphi+\theta) + R \cdot \sin\varphi \cdot r \cdot \sin(\varphi+\theta)$$

$$= r \cdot R \cdot \cos(-\theta) = r \cdot R \cdot \cos\theta$$

$$\Rightarrow \cos\theta = \frac{[x_{B'} \ y_{B'}]^T \cdot [x_{B''} \ y_{B''}]^T}{r \cdot R}$$

Das Skalarprodukt $r \cdot R \cdot \cos\theta$ eines Einheitsvektors \underline{r} ($|\underline{r}|=1$) mit einem bel. Vektor \underline{R} ist gleich der Länge der Projektion des Vektors \underline{R} auf die Achse des Einheitsvektors \underline{r} .



$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cos\beta \mp \sin\alpha \sin\beta$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cos\beta \pm \cos\alpha \sin\beta$$

Spekulare Reflexion (Spiegelungseffekt) am idealen Spiegel gemäß **Reflexionsgesetz**: Ausfallswinkel = Einfallswinkel

$$\underline{r}' + \underline{q}' = 2 \cdot (\underline{q}' \cdot \underline{n}) \cdot \underline{n}$$

worin:

\underline{q}' Strahl zur Lichtquelle (bel. Vektor)

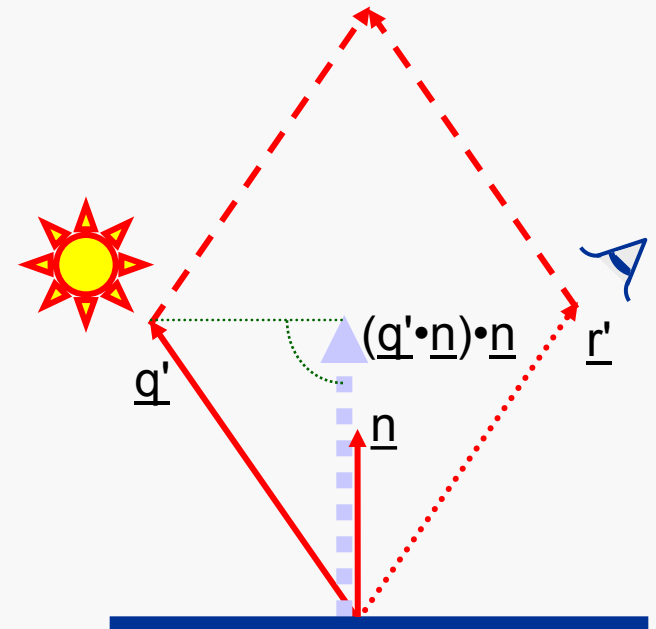
$$(\underline{q}' = l_Q \cdot \underline{q}, |\underline{q}'| = 1)$$

\underline{r}' reflektierter Strahl ($|\underline{r}'| = |\underline{q}'|$)

\underline{n} Normalenvektor der reflektierenden Fläche
(normiert: $|\underline{n}| = 1$)

Berechnung des Reflexionsstrahls \underline{r}' :

$$\underline{r}' = 2 \cdot (\underline{q}' \cdot \underline{n}) \cdot \underline{n} - \underline{q}'$$



Schattierung und Beleuchtung

Infinitesimale Rauheit bewirkt Streuung um Reflexionswinkel

⇒ Lichtstrom komplex abhängig von Betrachtungswinkel φ .

Ansatz von Bui-Tuong Phong für Spekulare Reflexion (1975):

Lichtstrom abhängig von einer experimentell zu ermittelnden Potenz f von $\cos \varphi$

($1 \leq f \leq 200$, idealer Spiegel: $f \rightarrow \infty$):

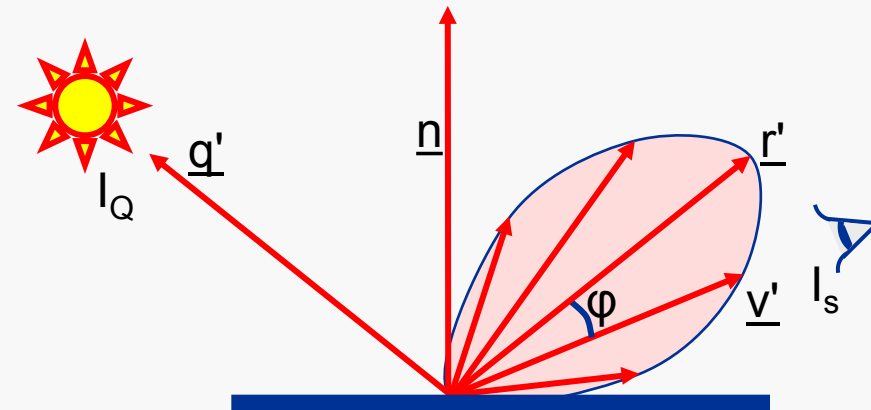
$$I_s = I_Q \cdot \rho_s \cdot (\cos \varphi)^f = I_Q \cdot \rho_s \cdot (\underline{r} \cdot \underline{v})^f$$

Darin:

\underline{q} Strahl zur Lichtquelle ($|\underline{q}|=1$)

\underline{r} reflektierter Strahl ($|\underline{r}|=1$)

\underline{v} Strahl zum Beobachter ($|\underline{v}|=1$)



I_s spekularer Anteil Lichtstärke

I_Q Lichtstärke der Lichtquelle

ρ_s : spekularer Reflexionskoeff.

Schattierung und Beleuchtung

Phong-Modell für Echtzeit zu aufwendig:

$$I_s = I_Q \cdot \rho_s \cdot (\cos \varphi)^f = I_Q \cdot \rho_s \cdot (\underline{r} \cdot \underline{v})^f \\ = I_Q \cdot \rho_s \cdot ([\underline{r}' \cdot \underline{v}'] / [|\underline{r}'| \cdot |\underline{v}'|])^f ,$$

$$\text{mit } \underline{r}' = 2 \cdot (\underline{q} \cdot \underline{n}) \cdot \underline{n} - \underline{q}$$

Ansatz von J.F.Blinn (1977) ohne Berechnung des Reflexionsstrahls \underline{r}'

Betrachtung fiktiver Reflexionsebene (Normale \underline{h}) zum Strahl \underline{v}

Neigung von $\underline{h}' = \underline{q} + \underline{v}$ gegen \underline{n} :

$$\theta + \beta = (2\theta + \varphi) / 2 = \theta + \varphi / 2$$

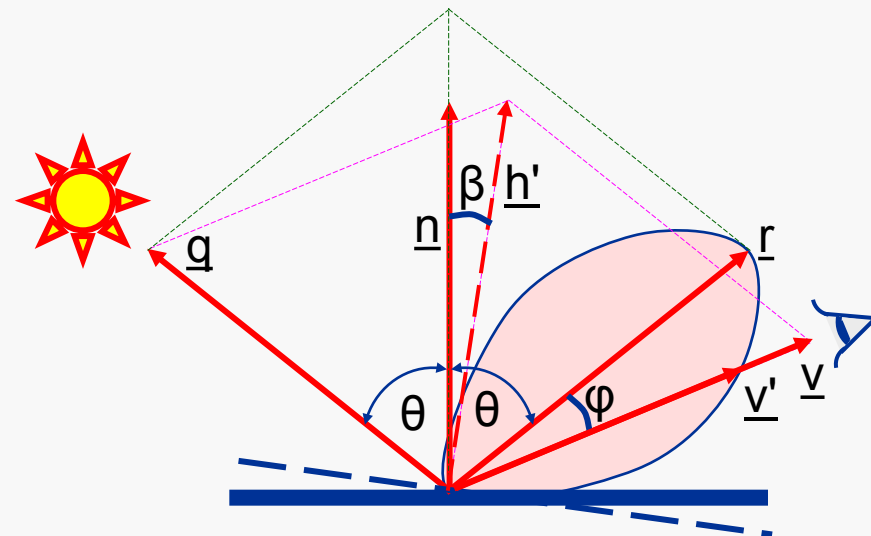
$$\Rightarrow \beta = \varphi / 2; \quad \underline{h}: \text{„Halfway Vector“}$$

Näherung für „kleine“ Winkel φ (Glanz mit geringer Streuung):

$$I_s \approx I_Q \cdot \rho_s \cdot \underline{n} \cdot \underline{h} = I_Q \cdot \rho_s \cdot (\underline{n} \cdot [\underline{q} + \underline{v}] / |\underline{q} + \underline{v}|)^f, \quad |\underline{n}| = |\underline{h}| = |\underline{q}| = |\underline{v}| = 1$$

Unterschiede zu Phong werden über Exponenten f ausgeglichen.

Bei „weit entfernten“ Lichtquelle und Augenpunkt wird nur ein Betrag $\underline{n} \cdot \underline{h}$ berechnet und den Objektflächen zugewiesen.



- Beleuchtungseffekte bisher abhängig nur von Positionen des Modells, des Augenpunkts u. der Quelle: Diffuse und spekulare Reflexion ergäben rechnerisch unrealistisch „harte“ Lichteffekte (absolute Dunkelheit im Schatten)
- ⇒ Abmilderung durch „ambientales Licht“ („Umgebungslicht“)
- Modell: zusätzliche Lichtquelle (I_a) ohne Position, ohne Ausbreitungsrichtung; Objektflächen wird ambienter Reflexionskoeffizient (ρ_a , oft: $\rho_a \approx \rho_d$) zugewiesen.

Gesamtheit des reflektierten Lichts als Summe der ambienten, der diffusen u. der spekularen Komponente:

$$\begin{aligned} I &= I_a \cdot \rho_a + I_d + I_s \\ &= I_a \cdot \rho_a + I_Q \cdot \rho_d \cdot \underline{q} \cdot \underline{n} + I_Q \cdot \rho_s \cdot (\underline{r} \cdot \underline{v})^f \end{aligned}$$

[Codierung jeweils: $\max(I_d, 0)$, $\max(I_s, 0)$;
 $|\underline{q}| = |\underline{n}| = |\underline{r}| = |\underline{v}| = 1$]

Reflexion farbiger Lichtstrahlen durch farbiges Material:

Lichtstärke

$$I_j = I_{aj} \cdot \rho_{aj} + I_{Qj} \cdot \rho_{dj} \cdot \underline{q} \cdot \underline{n} + I_{Qj} \cdot \rho_{sj} \cdot (\underline{r} \cdot \underline{v})^f, \quad j=R,G,B$$

Eigenschaften der verschiedenen Reflexionstypen:

- Ambiente und diffuse Reflexionskoeffizienten (ρ_{aj} , ρ_{dj}) sollen (z.B. bei weißem Licht) die Materialfarbe betonen; sie werden den Farbkomponenten c_j des Materials proportional gewählt:

$$\rho_{aR} = \rho_{dR} = k \cdot c_R ; \quad \rho_{aG} = \rho_{dG} = k \cdot c_G ; \quad \rho_{aB} = \rho_{dB} = k \cdot c_B$$

- Spekulare Reflexionskoeffizienten (ρ_{sj}) sollen etwa die Farbe des einfallenden Lichtes widerspiegeln und werden daher untereinander gleich gewählt:

$$\rho_{sR} = \rho_{sG} = \rho_{sB} = \rho_s$$

(z.B. leicht glänzend: $\rho_s=0,5$; stark glänzend: $\rho_s = 0,9$)

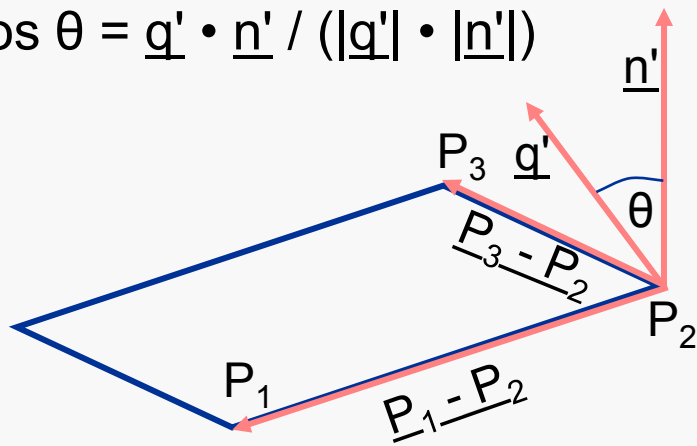
Zur Erinnerung:

Normale \underline{n}' einer Fläche mit den (gegen d. Uhrzeigersinn angeordneten) Eckpunkten P_1, P_2, P_3 :

$$\underline{n}' = (\underline{P}_3 - \underline{P}_2) \times (\underline{P}_1 - \underline{P}_2)$$

Winkel zwischen der Flächennormalen \underline{n}' und dem Strahl \underline{q}' zur Lichtquelle (= negativer einfallender Strahl):

$$\cos \theta = \underline{q}' \cdot \underline{n}' / (|\underline{q}'| \cdot |\underline{n}'|)$$



Beispiel zur Beleuchtung:

Fläche mit: $P_1 = [0, 1, 1]^T$,
 $P_2 = [-1, -1, -1]^T$, $P_3 = [1, -1, -1]^T$

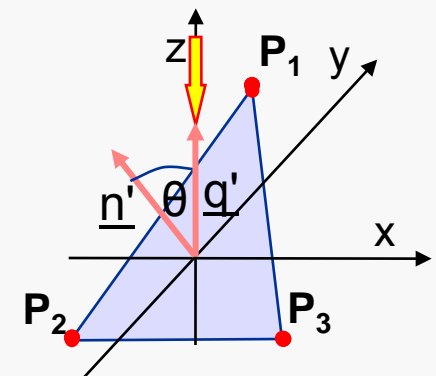
Strahlungsrichtung: $[0, 0, -1]^T = -\underline{q}' = -\underline{q}$

Normale: $\underline{n}' =$

$$\begin{pmatrix} 1 + 1 \\ -1 + 1 \\ -1 + 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 + 1 \\ 1 + 1 \\ 1 + 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

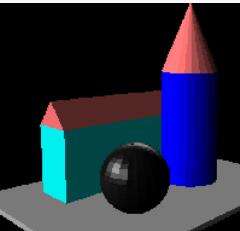
$$\cos \theta = [0, 0, 1] \cdot [0, -4, 4]^T / (1 \cdot 32^{1/2})$$

$$= 2^{1/2} / 2 = \cos 45^\circ$$



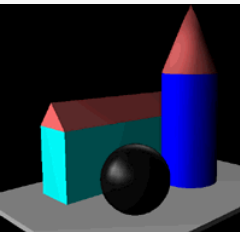
Schattierung und Beleuchtung

Zwei idealisierte (Beleuchtungs- bzw.) Schattierungsmodelle für entfernungs-unabhängige, parallele Lichtstrahlung ($q = \text{const.}$):



I. „**Flat Shading**“ (individuelle, einheitliche Flächenfärbung):

Diffus reflektierende Objektflächen: $I_d \sim q \cdot \underline{n}$, Pixelfärbung abhängig nur von Lage der Fläche relativ zur Lichtquelle.



II. „**Smooth Shading**“ (individuelle Pixelfärbg.); 2 Verfahren:

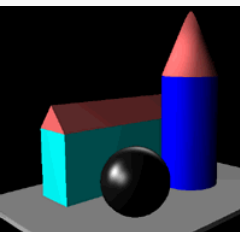
„**Gouraud Shading**“ (intensity / color interpolation shading):

- Individuelles Setzen von Normalen an jeder Flächenecke
- Berechnung diffus reflektierter Farbe an jeder Flächenecke
- (Lineare) Farb-Interpolation entlang jeder Flächenkante
- (Lin.) Farb-Interpolation entlang allen Polygon-Bildzeilen

Bilineare
Interpolation

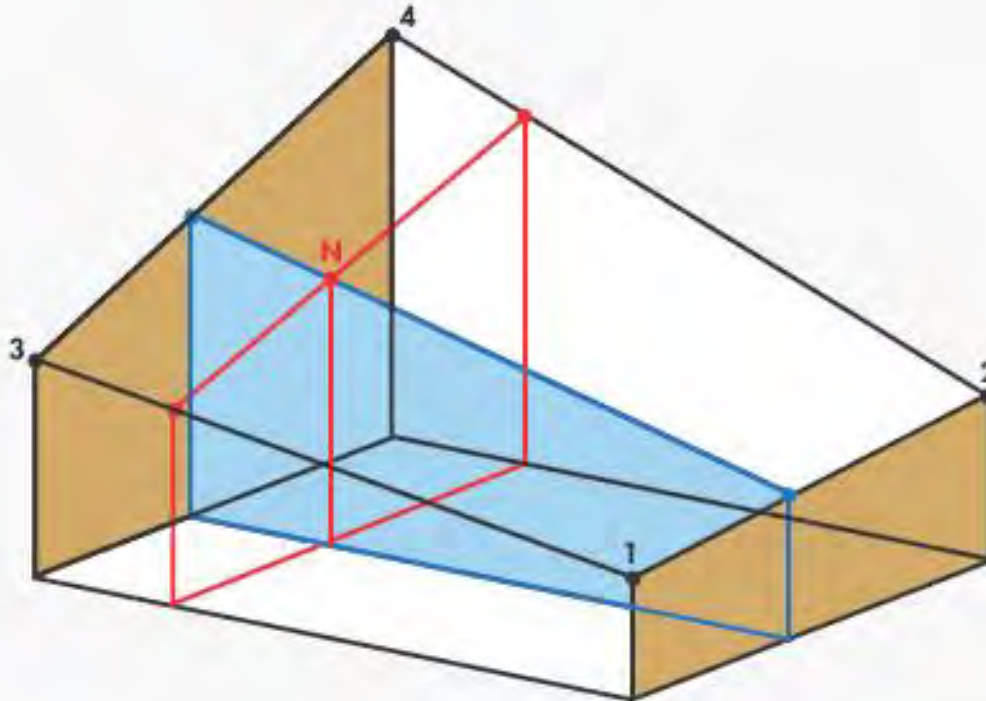
„**Phong Shading**“ (normal-vector interpolation shading):

- Individuelle Zuordng. v. Normalen zu Flächenpunkten durch bilineare Normalen-Interpolation zwischen den Objektecken
- Individuelle Berechnung diffuser (u./o. spekularer) Farbe an allen Flächenpunkten



Schattierung und Beleuchtung

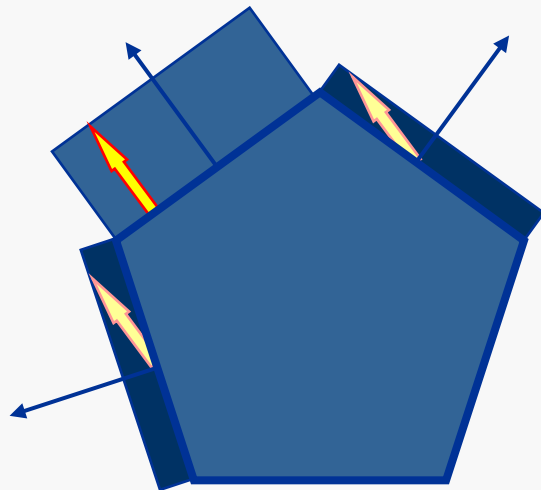
Prinzip der bilinearen Interpolation:



Schattierung und Beleuchtung

Beispiel: Schnitt durch Prisma-Darstellung eines Zylinders

Flat shading:



Lichtstärke d. diffus reflektierten Lichtes jeder Fläche:

$$I = I_a \cdot \rho_a + I_Q \cdot \rho_d \cdot \max(\underline{q} \cdot \underline{n}, 0)$$

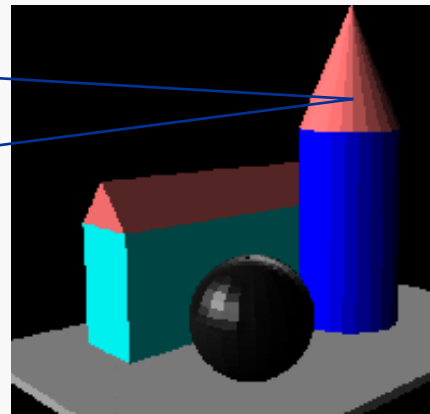
Darin:

„Szenen-Konstanten“: I_a , I_Q , \underline{q}

„Objekt-Konstanten“: ρ_a , ρ_d

„Flächen-Konstante“: \underline{n}

„Machsche Streifen“
(Optische Täuschung:
Grenzlinien zwischen
unterschiedlich
dunklen Flächen)

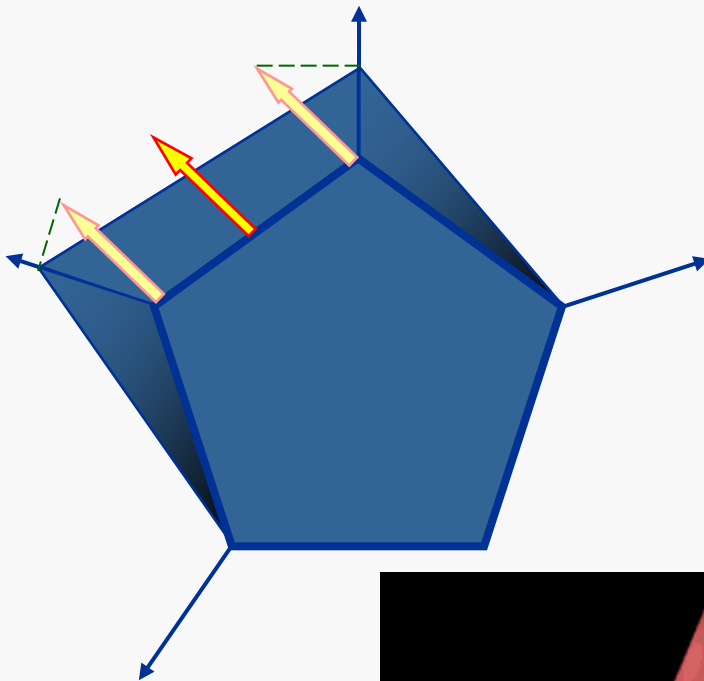


**Alle Pixel einer Fläche erhalten
dieselbe Helligkeit (bzw. Farbe).**



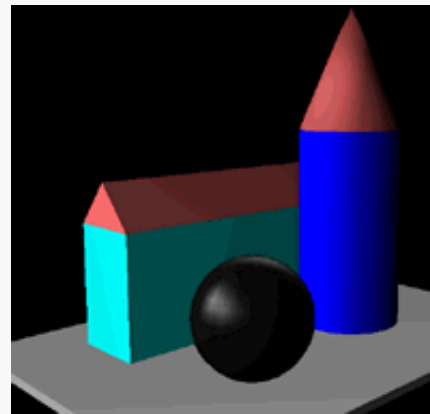
Beispiel: Schnitt durch Prisma-Darstellung eines Zylinders (Forts.)

Gouraud shading: *



Flächenweises Füllen durch:

- Setzen individueller Normale \underline{n}_p an jede Ecke p einer Fläche
- Berechnung diffus reflektierter Lichtintensität I_p an jeder Ecke
$$I_p = I_a \cdot \rho_a + I_Q \cdot \rho_d \cdot \max(\underline{q} \cdot \underline{n}_p, 0)$$
- Lineare Farb-Interpolation
 - entlang jeder Flächenkante
 - entlang jeder Bildzeile

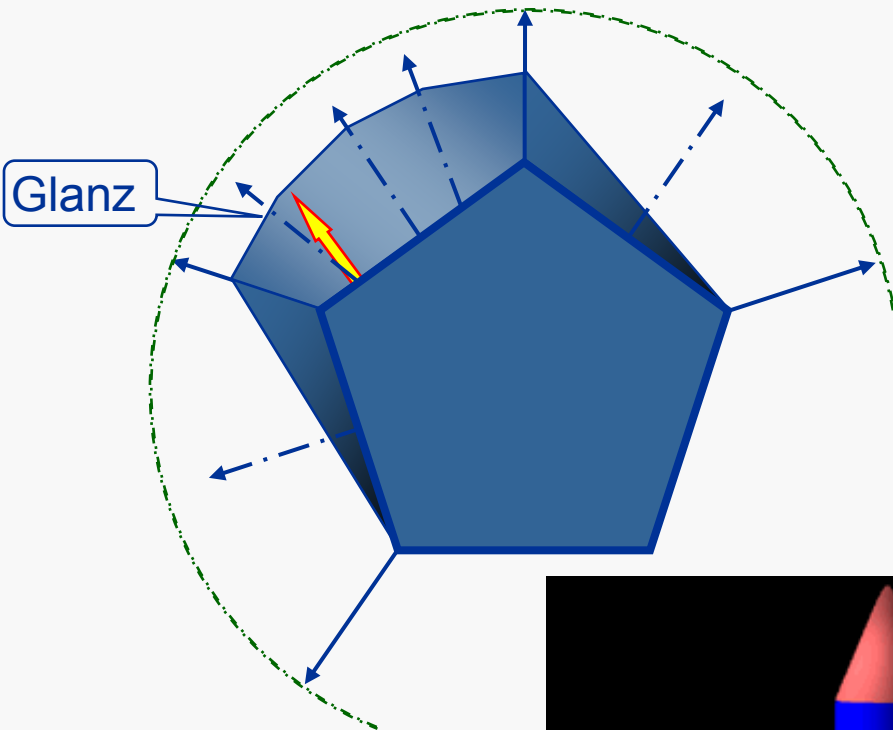


Jedes Pixel jeder Fläche erhält individuelle Helligkeit / Farbe.

*(Henri Gouraud, 1971)

Beispiel: Schnitt durch Prisma-Darstellung eines Zylinders (Forts.)

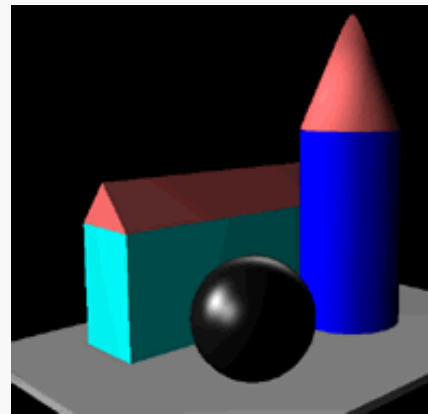
Phong shading: *



Setzen individueller Normalen an d.Ecken aller Flächen, dann:

- Lin. Normalen-Interpolation
 - entlang Flächenkanten
 - entlang Flächen-Bildzeilen
- ⇒ jedem Flächenpunkt (-pixel) eine individuelle Normale
- Normierung aller Normalen (Betrag = 1)
 - Pixelweise Berechnung diffuser (u. ggf. spekularer) Lichtanteile (oft ohne Phong-Reflex/modell)

Jedes Pixel jeder Fläche erhält individuelle Normale und damit individuelle Helligkeit / Farbe.



*(Bui Tuong Phong, 1975)

Verständnis- und Implementierungshinweise zum Shading:

- Lichtstrahlen sind im CF naturgemäß Vektoren: Richtung als Differenz zwischen Ziel- und Quell-Punkt; Betrag \sim Intensität
Zum Koord.-Ursprung strahlende Lichtquelle ist als Ortsvektor zum Lichtpunkt darstellbar und animierbar.
- Identische Methodik zur Berechnung von Beleuchtung und Sichtbarkeit; Unterschiede: (i) Lichtquelle statt Augenpunkt
(ii) Auswertung des Betrags von $\cos\theta$ (nicht nur d. Vorzeichens)
 \Rightarrow Verwendung normierter Normalen unerlässlich!
(θ : Winkel zwischen Flächennormale und Strahl zur Lichtquelle)
- Gouraud: (Punkt-)Normalen willkürlich gesetzt (oft: radial). Nach Ermittlung von Helligkeit an Enden jeder Objektkante: lineare Interpolation zum Setzen der Kantenpixel. Beim Flächenfüllen dann: erneut lineare Interpolation (\Rightarrow „bilinear“) in jedem Bildzeilen-Fragment zwischen Pixeln begrenzender Kanten (Span).
- Meistens: Notwendigkeit der Führung von Normalen-Listen (neben Koordinaten- und Flächen-Listen – vgl. CGF-Definition).

Übung:

Erweiterung des Programms zur Konsole-Darstellung eines 3D-Modells mit ASCII-Zeichen um die wahlweise Beleuchtung durch eine animierte Lichtquelle (Darstellung mit Flat Shading).



WireCullFillShad.exe

