

Übungsaufgaben zur Mathematik

Differentialrechnung

- Bestimmen Sie $f'(x)$ als Grenzwert des *Differenzenquotienten* der Funktion $f(x) =$
 - x^3
 - $\frac{1}{x}$
 - \sqrt{x}
 - $|x - 1|^3$
- Bestimmen Sie die *Gleichung der Tangente* in $x = a$ für folgende Funktionen:
 - $2x^3 - 4x^2 + 2$ ($a = 0; 1; 2$)
 - $\sqrt{x} - \ln(x^2) + \sin x$ ($a = \pi/2; 1$)
- Welche *Winkel* bilden die Kurven $f(x) = x^2$, $g(x) = \frac{1}{x}$ und $h(x) = x + 1$ in ihren jeweiligen *Schnittpunkten*?
- Bilden Sie *sämtliche mögliche Dreier-Verkettungen* der Funktionen $f(x) = e^x$, $g(x) = \sqrt{x}$ und $h(x) = \cos x$ und bestimmen Sie deren *Ableitungen*.
- Bestimmen Sie die *Extremwerte* von $f(x) =$
 - $x^3 - 2x^2 + x$
 - $x - \sqrt{x}$
 - $x + \cos x$
 - $(x^2 + 1)(x - 1)$
 - $\ln x - x^2$
- Differenzieren* Sie $f(x) =$
 - x^x
 - $e^{\cos x}$
 - e^{-x^2}
 - $\sqrt{1 - x \sin x}$
 - $\frac{x^2 - x}{x \sin x}$
- Für welche $x \in [0, 1]$ ist die *Tangentensteigung* gleich der *Steigung der Geraden* durch die Punkte $P = (0, f(0))$ und $Q = (1, f(1))$? Betrachten Sie die Funktionen $f(x) =$
 - x^2
 - $2x^3 - x^2 + 1$
 - e^x
 - $\ln(1 + x)$
- Bestimmen Sie eine *allgemeine Formel* für die *n-te Ableitung* der Funktionen $f(x) =$
 - $x^4 + 3x^3$
 - \sqrt{x}
 - $\frac{1}{x}$
 - b^x
 - $\sin x - \cos x$
 - $\frac{1}{1 - x}$
 - $\ln x$
- Für welche zwei positiven Zahlen mit der Summe 10 ist das Produkt maximal?
- Welches Rechteck hat bei gegebenem Umfang den größten Flächeninhalt?
- Welches Rechteck hat bei gegebenem Umfang die kürzeste Diagonale?
- Was ist das größte Rechteck in einem Halbkreis vom Radius r ?

- 13.** Was ist das größte Rechteck in einem gegebenen Dreieck? (Dabei soll eine Seite des Rechtecks parallel zu einer Dreiecksseite sein)
- 14.** Von welchem Punkt der Normalparabel $y = x^2$ hat der Punkt $Q = (3,0)$ minimalen Abstand?