

Übungsaufgaben zur Mathematik FOURIER-Reihen

1. Zeigen Sie $\int_c^{c+2\pi} \sin(nx) \cdot \cos(mx) dx = 0$ mit $c \in \mathbb{R}$.

2. Bestimmen Sie die *FOURIER-Polynome 3. Grades* für die 2π -periodischen Funktionen:

(a) $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{auf } [-\pi, 0[\\ \sqrt{x} & \text{auf } [0, \pi[\end{cases}$

(b) $f(x) = x^3$ auf $[-\pi, \pi[$

(c) $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{auf } [-\pi, 0[\\ 2 & \text{auf }]0, \pi[\end{cases}$

Skizzieren Sie die Polynome vom *Grade* 0, 1, 2 und 3.

3. Bestimmen Sie die *FOURIER-Reihen* für die 2π -periodischen Funktionen:

(a) $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{auf } [-\pi, 0[\\ 1 & \text{für } x = 0 \\ 2 & \text{auf }]0, \pi[\end{cases}$

(b) $f(x) = c \cdot x$ auf $[-\pi, \pi[$

(c) $f(x) = x^2 + x$ auf $[0, 2\pi[$

(d) $f(x) = |\cos(x)|$ auf $[-2\pi, 0[$

(e) $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{auf } [-\pi, 0[\\ \sin(x) & \text{auf } [0, \pi[\end{cases}$

In welchen Punkten *konvergiert* die *FOURIER-Reihe* gegen den Funktionswert?

4. Bestimmen Sie die *FOURIER-Koeffizienten* der folgenden auf $[-\pi, +\pi[$ definierten Funktionen bis zur *Ordnung* 5:

(a) $\text{sgn}(x)$

(c) x^2

(e) $|\sin(x)|$

(b) $|x|$

(d) $\exp|x|$

(f) $\begin{cases} 1 & \text{auf } [-\pi, 0[\\ e^x & \text{auf } [0, \pi[\end{cases}$