

Übungsaufgaben zur Mathematik

Interpolation - Ausgleich

1. Gegeben sind die Funktionen $f(x) = e^x$, $\frac{1}{x+1}$ und $\ln(x+1)$.
- (a) Bestimmen Sie das *Interpolationspolynom* $p(x)$, das mit $f(x)$ an den Stellen $x = 0, 1, 2$ übereinstimmt.
- (b) Berechnen Sie die *Interpolationswerte* für $x = 0.5$ und $x = 1.5$.
- (c) Bestimmen Sie $\max_{x \in [0,2]} |f(x) - p(x)|$ und $\int_0^2 |f - p|^2$.

2. Bestimmen Sie die Ausgleichsgerade durch (k, y_k) , ($k = 1, \dots, 4$) mit

(a) $y_k = k^2$ (b) $y_k = \ln(k)$ (c) $y_k = e^k$

3. *Bestimmen und zeichnen Sie (Millimeterpapier!) zu folgenden Punkten*

x	0	3	7
y	0	1	2

 :

- (a) den *kubischen interpolierenden Spline*,
 (b) das *Interpolationspolynom*,
 (c) die *Ausgleichsgerade*.

4. Berechnen Sie zu folgenden Punkten

x	1	2	3	4	5
y	1	1.4	1.7	2	2.2

 :

- (a) das *Interpolationspolynom*,
 (b) den *interpolierenden kubischen Spline*,
 (c) die *Ausgleichsgerade* (mit *Korrelationskoeffizient*),
 (d) die *Ausgleichskurven* vom Typ $y = ae^{bx}$; ax^b ; $a + bx + ce^x$; $\frac{a}{x} + b + cx$.

5. Berechnen Sie zu den Punkten

x	1	2	3
y	2	9	20

die *Regressionskurven* vom Typ:

(a) $y = ax$ (b) $y = ae^{bx}$ (c) $y = ax^b$ (d) $y = a + be^x$ (e) $y = \sqrt{a + be^x}$

Bestimmen Sie jeweils die *Fehlerquadratsumme*.