

Übungsaufgaben zur Mathematik

Kurven und Kurvenintegrale

- Berechnen Sie die *Sektorfläche* und bei (a) und (b) auch die *Bogenlänge* für $\varphi \in [0, \pi/2]$ mit $r(\varphi) =$
 - $\cos \varphi$
 - $e^{2\varphi}$
 - 2φ
 - $1/(1 + \varphi)$
- Berechnen Sie die *Bogenlänge* der Kurven $k(t) = (x(t), y(t))$ mit
 - $x(t) = t^2, y(t) = t^3; \quad t \in [0, 1]$
 - $x(t) = \cos t + t \sin t, y(t) = \sin t - t \cos t; \quad t \in [0, \pi]$
 - $x(t) = t - \sin t, y(t) = 1 - \cos t; \quad t \in [0, \pi]$
- Wo haben die Funktionen $f(x) = x^3$ und $g(x) = e^x$ ihre größte Krümmung? Wie groß ist dort der Krümmungsradius? Wo liegt sein Mittelpunkt? Wie groß ist der Krümmungsradius für $x = 2$?
- Gegeben sind das *Kraftfeld* $\vec{F}(x, y, z) = (xy + z, y - z, x^2 + y^2)$ und die *Kurven* $k_1(t) = (t, t^2, 1)$ und $k_2(t) = (e^t, t, 1); \quad t \in [0, 1]$. Berechnen Sie die *Arbeit* W , die längs den *Kurven* k_1 und k_2 durch das *Kraftfeld* \vec{F} verrichtet wird.
- Gegeben sind das *Kraftfeld* $\vec{F}(x, y, z) = (ye^{xy} + z, xe^{xy}, x)$ und die *Punkte* $P = (1, 0, 0)$ und $Q = (1, 2, 1)$. Berechnen Sie die *Arbeit* W , die längs eines Weges k durch das *Kraftfeld* \vec{F} verrichtet wird. Warum können Sie dabei jede beliebige Kurve wählen, die P mit Q verbindet?.
- Gegeben ist das *Kraftfeld* $\vec{F}(x, y, z) = (y^2z^3, 2xyz^3 + e^z, 3xy^2z^2 + ye^z)$
 - Zeigen Sie, dass \vec{F} ein Gradientenfeld ist.
 - Bestimmen Sie ein Potential von \vec{F} .
 - Welche *Arbeit* wird durch \vec{F} längs eines beliebigen Weges von $P = (0, 0, 1)$ nach $Q = (1, 1, 0)$ verrichtet?