Übungsaufgaben zur Mathematik

LAPLACE-CARSON-Transformation

1. Berechnen Sie $p \cdot \int\limits_0^\infty e^{-pt} f(t)\, dt$ für geeignete $p \in \mathbb{C}$ und

(a) $f(t) = 1$ (b) $f(t) = t$ (c) $f(t) = e^{\alpha t}$ $(\alpha \in \mathbb{R})$

2. Bestimmen Sie die *LAPLACE-CARSON-Transformierte* zu $f(t) =$

(a) 3 (c) $te^{-\alpha t}$ (e) $3 + 2t^2$

(b) t^2 (d) $t^2 e^{-\alpha t}$ (f) $\frac{\alpha}{\beta} + (1 - \frac{\alpha}{\beta})e^{-\beta t}$ $(\alpha, \beta \in \mathbb{R})$

3. Bestimmen Sie die *Originalfunktion* $f(t)$ zu $F(p) =$

(a) $\dfrac{2p}{p(p-3)} + \dfrac{3p}{p+2}$ (b) $\dfrac{3p}{(p-3)(p+2)}$ (c) $\dfrac{2p\omega + 3p^2}{p^2 + \omega^2}$

4. Zeigen Sie:

(a) $L(f''') = p^3 L(f) - p^3 f(0) - p^2 f'(0) - pf''(0)$

(b) $L(\alpha f + \beta g) = \alpha L(f) + \beta L(g)$

5. Lösen Sie folgende *Differentialgleichungen* mittels *LAPLACE-CARSON-Transformation*:

(a) $y' - 3y = 2$ $y(0) = 1$ (c) $y' - 2y = e^{2t}$ $y(0) = 0$

(b) $y' + 2y = 3e^t$ $y(0) = 0$ (d) $y' + 2y = \sin(2t)$ $y(0) = 0$

6. Lösen Sie mittels *LAPLACE-CARSON-Transformation* für $y(0) = 1,\ y'(0) = 0$:

(a) $y'' - y = e^{2t}$ (c) $y'' - 5y' + 6y = 3$

(b) $y'' - y = 2e^t$ (d) $y'' - 5y' + 6y = 2\sin(2t)$