

Übungsblatt08 - NP-Vollständigkeit

TH Mittelhessen, FB MNI, Berechenbarkeit und Komplexität, Prof. Dr. B. Just

Aufgabe 1

Bitte beweisen Sie, dass die Polynomialzeitrelation „ \leq_p “ eine transitive Relation ist. D.h., sind A, B, C Sprachen mit $A \leq_p B$ und $B \leq_p C$, so ist auch $A \leq_p C$.

Aufgabe 2

Bitte beweisen Sie, dass 3-SAT NP-vollständig ist. Beweise aus der Vorlesung können dabei zitiert werden :).

Aufgabe 3

Bitte beweisen Sie, dass die folgenden Sprachen NP-vollständig sind.

a.) NAE-k-SAT (not all equal k-SAT).

Sei $k \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$. Die Sprache NAE-k-SAT besteht aus den booleschen Formeln in konjunktiver Normalform mit höchstens k Literalen pro Klausel, die eine erfüllende Belegung der Variablen besitzen, sodass jede Klausel wahre und falsche Literale enthält.

b.) SET-SPLITTING (siehe Sipser, S. 325, Übung 7.29).

SET-SPLITTING ist die Menge der Paare (S, C) , bei denen S eine endliche Menge ist, und $C = \{C_1, \dots, C_k\} \subseteq \mathcal{P}(S)$ eine Menge von Teilmengen von S ist, mit folgender Eigenschaft: Die Elemente von S können rot oder blau eingefärbt werden, sodass keine der Mengen C_1, \dots, C_k nur rote oder nur blaue Elemente enthält.

Aufgabe 4

Bitte sehen Sie sich im englischsprachigen Wikipedia die „list of NP-complete problems“ an.

a.) Stöbern Sie ein bisschen, ob Sie Probleme finden, die Sie ohne allzu großen Aufwand verstehen können. So gewinnen Sie ein Gefühl für NP-Vollständigkeit (und für Berechnungsprobleme überhaupt :).

b.) Bitte sehen Sie sich das „Traveling Salesman Problem“ (TSP) etwas genauer an. Es ist eines der berühmtesten NP-vollständigen Probleme, mit vielen Anwendungen in der Logistik, das auch in populärwissenschaftlichen Darstellungen immer wieder als Beispiel für ein „schweres“ Problem zitiert wird.

Aufgabe 5

Der Satz von Cook (manchmal auch Cook-Levin) besagt, dass SAT_{CNF} eine NP-vollständige Sprache ist.

Warum hätte der Beweis des Satzes nicht funktioniert, wenn man statt der 2×3 -Fenster nur 2×2 -Fenster betrachtet hätte?

Viel Spass und Erfolg!