# Übungsblatt 7

Technische Hochschule Mittelhesen, Mathematik 1 für EI, Prof. Dr. B. Just

## Aufgabe 1

Es sei $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

Bitte berechnen Sie $A^{-1}$ und finden Sie die Matrix $X$ mit $A \cdot X = B$.

(Hinweis: Multiplikation der Gleichung mit $A^{-1}$ ... aber da die Matrixmultiplikation nicht kommutiativ ist, sorgfältig darauf achten, ob von links oder von rechts multipliziert wird).

## Aufgabe 2

Für welche $\alpha$ ist die Determinante der Matrix $B = \begin{pmatrix} \alpha & 1 & \alpha^2 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & \alpha & 1 \end{pmatrix}$ gleich Null?

## Aufgabe 3

Bitte zeigen Sie die folgenden Eigenschaften des Vektorprodukes, dabei sind $S, T \in \mathbb{R}^3$:

i.) $S \times T$ steht senkrecht auf $S$ und auf $T$, also auf der ganzen von $S$ und $T$ aufgespannten Ebene.

ii.) Sind S und T Vielfache, $S = \lambda \cdot T$, so ist $|S \times T| = 0$.

## Aufgabe 4

Gegeben seien die drei Vektoren $x = (1, 2, 3), y = (-2, 6, 2), z = (7, -6, 5) \in \mathbb{R}^3$.

a.) Sind $x$ und $y$ linear unabhängig? Bitte mit Begründung.

b.) Sind $x$, $y$ und $z$ linear unabhängig? Bitte ebenfalls mit Begründung.

**... auf der Rückseite kommen noch zwei Aufgaben**

### Aufgabe 5

Gegeben seien im $\mathbb{R}^3$ zwei Punkte $p_1$, $p_2$, zwei Geraden $g_1$, $g_2$ und zwei Ebenen $e_1$, $e_2$. Dabei ist

$p_1 = (2, 3, 4)$, $p_2 = (-2, 2, 2)$.

$g_1$ ist die Gerade, die durch $P_1$ und $P_2$ geht.

$g_2 = (3, 3, 3) + \lambda \cdot (1, 0, 1)$.

$e_1 : 2x + 3y - 2z = 1$

$e_2 = (3, 3, 3) + \lambda \cdot (1, 0, 1) + \mu \cdot (0, 1, 1)$.

a.) Bitte geben Sie eine parametrisierte Form von $g_1$ an.

b.) Bitte geben Sie eine parametrisierte Form von $e_1$ an.

c.) Bitte geben Sie eine Koordinatenform von $e_2$ an.

d.) Liegt $p_1$ auf $e_1$? (Bitte mit Begründung).

e.) Bitte entscheiden Sie, ob die beiden Ebenen sich schneiden, und bestimmen Sie gegebenenfalls die Schnittgerade.

f.) Bitte bestimmen Sie den Abstand von $p_2$ und $e_1$.

g.) Bitte bestimmen Sie den Abstand der beiden Geraden.

h.) Bitte entscheiden Sie, ob $g_1$ und $e_2$ sich schneiden, und bestimmen Sie gegebenenfalls den Schnittpunkt.

i.) Bitte bestimmen sie den Winkel zwischen den beiden Ebenen (dieser ist definiert als der Winkel zwischen den beiden Normalenvektoren).

### Aufgabe 6

Gegeben seien im $\mathbb{R}^3$ die drei Punkte $p_1 = (1, 1, 1)$, $p_2 = (2, 4, 1)$ und $p_3 = (x, y, z)$.

a.) Wie groß ist die Fläche des Dreiecks, dessen Ecken der Nullpunkt, $p_1$ und $p_2$ sind?

b.) Bitte finden Sie einen Vektor, der senkrecht auf der Dreiecksfläche steht und Länge 1 hat.

c.) Wie groß ist das Volumen des von $p_1$, $p_2$ und $p_3$ (aufgefasst als Vektoren vom Nullpunkt zum jeweiligen Punkt) gebildeten Spats?

### Viel Spass und Erfolg