

Übungsblatt 8

Technische Hochschule Mittelhessen, Mathematik 1 für EI, Prof. Dr. B. Just

Aufgabe 1

Bitte zerlegen Sie die folgenden Polynome - im Zweifel über \mathbb{C} - vollständig in Linearfaktoren. Bitte benutzen Sie dabei das Horner-Schema, um herauszufinden, geratene Nullstellen tatsächlich Nullstellen sind, und um den entsprechenden Linearfaktor des Polynoms abzuspalten.

- a.) $x^4 - x^3 - 12x^2 - 4x + 16$
b.) $2x^5 - 14x^4 + 34x^3 - 38x^2 + 32x - 24$

Aufgabe 2

(Anwendung linearer Gleichungssysteme auf das Finden von Polynomen durch gegebene Punkte.)

Bitte finden Sie ein Polynom $p(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ mit $p(3) = 14$, $p(2) = 7$ und $p(0) = 5$

Hinweis: Jeder der drei Werte von p liefert eine Gleichung für ein LGS mit den Unbekannten a_2 , a_1 und a_0 .

Aufgabe 3

Bitte bestimmen Sie, gegebenenfalls nach elementaren Umformungen, die folgenden Grenzwerte:

- a.) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ b.) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - x - 12}{x + 3}$ c.) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{\sin(x)}$ d.) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x + 3}{x^2 + 1}$
e.) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x}{1 - \sqrt{x}}$

Aufgabe 4

- a.) Bitte zeigen Sie, dass die folgende Funktion $f(x)$ an der Stelle $x_0 = 3$ unstetig ist:

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{wenn } x \leq 3 \\ x - 3, & \text{wenn } x > 3 \end{cases}$$

- b.) Was muss für a und b gelten, damit die folgende Funktion auf ganz \mathbb{R} stetig ist?

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{wenn } x \leq 2 \\ ax + b, & \text{wenn } 2 < x < 5 \\ -x, & \text{wenn } x \geq 5 \end{cases}$$

Aufgabe 5

Gegeben ist die Funktion $y = \frac{x^2 - x}{(x-1) \cdot (x-4) \cdot (x-4)}$

- a.) Wo sind in \mathbb{R} die Definitionslücken der Funktion?
b.) Welche Definitionslücken sind Pole, welche Lücken (die sich stetig schließen lassen)?
c.) Wo sind die Nullstellen der Funktion?
d.) Was ist der rechts- und linksseitige Grenzwert der Funktion an der Polstelle?

Dabei ist der linksseitige Grenzwert an der Polstelle p der Wert $\lim_{x \rightarrow p^-} y$ und der rechtsseitige Grenzwert ist der Wert $\lim_{x \rightarrow p^+} y$.

- e.) Was ist $\lim_{x \rightarrow \infty} y$, was ist $\lim_{x \rightarrow -\infty} y$?

Viel Spass und Erfolg :-)