Übungsblatt 11

Technische Hochschule Mittelhessen, Mathematik 1 für EI, Prof. Dr. B. Just

Matrikel-Nummer: ....Name: ....

Ü-Gruppe (Wochentag / Block, also z.B. Mo2, Do1, Mi3 o.ä.): ....

Erreichte Punkte: .... von 100

Schulnoten: 1 ab 87,5 Punkten, 2 ab 72,5 Punkten, 3 ab 57,5 Punkten, 4 ab 50 Punkten, nicht ausreichend unter 50 Punkten.

> Bitte schreiben Sie Ihre Lösungen auf den Platz auf dem Aufgabenblatt: Ergebnisse in das vorgesehene Feld, Nebenrechnungen (wichtig!) daneben. Falls Sie ein Zusatzblatt benötigen, bitte verweisen Sie auf dem Aufgabenblatt in der jeweiligen Aufgabe darauf und heften Sie das Zusatzblatt hinten an.

Zusammenfassung der Korrektur

Aufgabe:	1 ... *von 25*	2 ... *von 25*	3 ... *von 25*	4 ... *von 25*
Punkte:				

Viel Spass und viel Erfolg!

Aufgabe 1 (25 Punkte)

Wiederholung komplexe Zahlen

Es seien $z_1 = 4 + 3j, \quad z_2 = 2 - j, \quad z_3 = -1 + \sqrt{3}j, \quad z_4 = c + dj, \quad z_5 = 8 \cdot e^{j \cdot \pi/6}$.
Bitte berechnen Sie

a.) $z_1 + z_2$ b.) z_4/z_1 c.) $|z_1 + z_2^*|$ d.) z_5^3 e.) $\sqrt[3]{z_5}$

f.) Bitte stellen Sie z_5 in kartesischen Koordinaten dar.

g.) Bitte stellen Sie z_3 in Polarform dar.

Bemerkung: $\sin(\pi/6) = 1/2, \qquad \cos(\pi/6) = \sqrt{3}/2, \qquad \arctan\sqrt{3} = \pi/3 = 60^\circ$.

Lösung Aufgabe 1.

a.)

b.)

c.)

d.)

e.) $\sqrt[3]{8 \cdot e^{j \cdot \pi/6}}$

f.) $8 \cdot e^{j \cdot \pi/6}$ in kartesischen Koordinaten

g.) $-1 + \sqrt{3}j$ in Polarform (Eulerform)

Aufgabe 2 (25 Punkte)

Ableiten und Stammfunktionen

Gegeben sind die folgenden Funktionen.

a.) $f_a(x) = \dfrac{1}{2 \cdot x \cdot \sqrt{\ln |x|}}$

b.) $f_b(x) = \dfrac{1}{x \cdot \ln x}$

c.) $f_c(x) = x \cdot \dfrac{2 \sin x - x \cdot \cos x}{\sin^2 x}$

d.) $f_d(x) = 3x^2 + 6x - 4$

e.) $f_e(x) = \dfrac{1}{1 + x^2}$

Ihre Stammfunktionen sind - in anderer Reihenfolge - die folgenden Funktionen

1.) $F_1(x) = \dfrac{x^2}{\sin x}$

2.) $F_2(x) = \sqrt{\ln |x|}$

3.) $F_3(x) = \arctan x + 7$

4.) $F_4(x) = x^3 + 3x^2 - 4x - 2$

5.) $F_5(x) = \ln(\ln x))$

Bitte geben Sie den Definitionsbereich der Funktionen an, und ordnen Sie den Funktionen die richtige Stammfunktion zu (mit Herleitung / Begründung unter dem Ergebniskasten).

Lösung Aufgabe 2:

a.)

Def. Bereich von $f_a(x)$ ist	$\int f_a(x)\ dx =$

b.)

Def. Bereich von $f_b(x)$ ist	$\int f_b(x)\ dx =$

c.) Def. Bereich von $f_c(x)$ ist $\int f_c(x)\ dx =$

d.) Def. Bereich von $f_d(x)$ ist $\int f_d(x)\ dx =$

e.) Def. Bereich von $f_e(x)$ ist $\int f_e(x)\ dx =$

Aufgabe 3 (25 Punkte)

Wiederholung unterschiedliche Themen der Linearen Algebra

Bitte geben Sie jeweils die Lösung im Kasten, die Herleitung oder Begründung daneben bzw. darunter an.

Es seien $a, b, c \in \mathbb{R}$.

a.) Bitte bilden Sie das Produkt $A \cdot B$ der beiden Matrizen $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ a & b \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$.

b.) Bitte berechnen Sie die Determinante der Matrix $M = \begin{pmatrix} 1 & -1 & b \\ 2 & -1 & c \\ 3 & a & 0 \end{pmatrix}$.

c.) Bitte zerlegen Sie den Vektor $y = (-3, 2) \in \mathbb{R}^2$ orthogonal längs $x = (1, 1) \in \mathbb{R}^2$.

d.) Bitte geben Sie die (bzw. eine) Normalenform der Ebene E an: $E = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda_1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda_2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

Lösung Aufgabe 3:

a.)

b.)

c.) Bitte zerlegen Sie den Vektor $y = (-3, 2) \in \mathbb{R}^2$ orthogonal längs $x = (1, 1) \in \mathbb{R}^2$.

d.) Bitte geben Sie die (bzw. eine) Normalenform der Ebene E an: $E = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda_1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda_2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

Aufgabe 4 (25 Punkte)

Wiederholung lineare Gleichungsssysteme

a.) Bitte lösen Sie das folgende LGS mit dem Gauß-Algorithmus:

x_1	x_2	x_3	x_4	
1	1	0	0	1
3	4	2	0	5
-1	1	4	2	7

b.) Bitte bestimmen Sie die Schnittgerade der beiden Ebenen

$$e_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ -6 \end{pmatrix} + \lambda_1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + \lambda_2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ und } e_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu_1 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix} + \mu_2 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Teil a.) der Aufgabe kann für Teil b.) benutzt werden.

Lösung Aufgabe 4 a.)

Lösungsvektor:

.

Lösung Aufgabe 4 b.)

(evtl. Rückseite nutzen) - Schnittgerade der beiden Ebenen
$e_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ -6 \end{pmatrix} + \lambda_1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + \lambda_2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $e_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu_1 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix} + \mu_2 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$: