

Übungsblatt 3

Technische Hochschule Mittelhessen, Fachbereich MNI, Diskrete Mathematik, Prof. Dr. B. Just

Aufgabe 1

Es sei $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, \dots\}$. Ferner ist $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$ die Menge der natürlichen Zahlen. Bitte bestimmen Sie die folgenden Mengen:

- a.) $A \cup B$ b.) $A \cup \mathbb{N}$ c.) $A \cap B$
d.) $A \cap \mathbb{N}$ e.) $\mathbb{N} \setminus A$ f.) $\mathbb{N} \setminus (A \cup B)$

Aufgabe 2

Die Potenzmenge einer Menge ist die Menge aller ihrer Teilmengen.

- a.) Es sei $M = \{1, 2, 3, 4\}$. Bitte bestimmen Sie die Potenzmenge von M .
b.) Bitte bestimmen Sie die Anzahl $|P|$ der Elemente der Potenzmenge P von $\{1, 2, 3, 4\}$.

Aufgabe 3

Bitte beweisen Sie die beiden folgenden Distributivgesetze für Mengen A, B, C . Dabei dürfen die Aussagen der booleschen Algebra verwendet werden.

- a.) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$. b.) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

Aufgabe 4

Bitte listen Sie alle Elemente von $\{0, 1\}^4 \setminus \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \{0, 1\}^4 : x_1 = 1 \vee x_4 = 0\}$.

Aufgabe 5

In einem seit Aufgabenblatt 1 bekannten Computerspiel wird ein Zustand beschrieben durch drei boolesche Variablen: StraßeNass $\in \{0, 1\}$, Regnete $\in \{0, 1\}$ und Autowäsche $\in \{0, 1\}$. Der Zustandsraum ist also das kartesische Produkt $\{0, 1\}^3 = \{(StraßeNass, Regnete, Autowäsche) : StraßeNass, Regnete, Autowäsche \in \{0, 1\}\}$.

Im Spiel gilt die Logik, dass die Straße genau dann nass ist, wenn es regnete, oder ein Auto gewaschen wurde, oder beides. Welche Zustände können im Spiel vorkommen (bitte mit Begründung)?

Aufgabe 6

- a.) Sei $n \in \mathbb{N}$. Bitte beweisen Sie für alle n die Aussage: n gerade $\Leftrightarrow n^2$ gerade.
Hinweis: Zeigen Sie dazu die beiden Aussagen i.) und ii.)
i.) n gerade $\Rightarrow n^2$ gerade ii.) n^2 gerade $\Rightarrow n$ gerade.
b.) Gilt auch für alle n die Aussage: n^2 durch 4 teilbar $\Rightarrow n$ durch 4 teilbar?
(Falls Ihre Antwort "ja" ist, bitte eine Begründung. Falls Ihre Antwort "nein" ist, bitte ein Gegenbeispiel.)

Aufgabe 7

Gegeben ist ein rechteckiges Spielfeld mit 4×9 Feldern. Drei Ecken werden entfernt. Kann man das verbleibende Feld mit 1×3 -Rechtecken pflastern? Bitte eine Pflasterung angeben, oder einen Beweis, dass es keine gibt.

Viel Spass und Erfolg!