

# Übungsblatt 7

Technische Hochschule Mittelhessen, Fachbereich MNI, Diskrete Mathematik, Prof. Dr. B. Just

## Aufgabe 1

Bitte zeichnen Sie ein Hasse-Diagramm aller Teilmengen der Menge  $\{1, 2, 3\}$  bezüglich der Relation "Teilmenge".

## Aufgabe 2

Es sei  $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$  und  $R \subseteq A \times A$  definiert durch  $(a, b) \in R$  genau dann, wenn  $a + 1 \equiv b \pmod{5}$ .

- Ist  $R$  symmetrisch (mit Begründung)?
- Was ist die Verkettung  $R \circ R$ ? (Beschreibung als Formel oder als Menge von Paaren.)
- Was ist die Umkehrrelation  $R^{-1}$ ? (Beschreibung als Formel oder als Menge von Paaren.)

## Aufgabe 3

- Bitte zeigen Sie, dass  $a \equiv b \pmod{c}$  für jedes feste  $c \in \mathbb{N}$  eine Äquivalenzrelation auf  $\mathbb{Z}$  definiert. (Wer mit  $c$  nicht weiterkommt, setzt bitte einfach  $c = 7$ ).
- Wieviele Äquivalenzklassen gibt es in der Äquivalenzrelation aus a. ?
- Bitte nennen Sie die Äquivalenzklassen (es muss ja jede eine Teilmenge von  $\mathbb{Z}$  sein, insgesamt müssen sie eine Partition von  $\mathbb{Z}$  bilden).

## Aufgabe 4

Der cube connected cycle (deutsch etwa "würfelverbundener (Schalt)kreis") definiert eine symmetrische Relation auf  $\{0, 1\}^n$ . Zwei  $n$ -Bit-Folgen stehen genau dann in Relation zueinander, wenn sie sich an genau einer Stelle unterscheiden. Für  $n = 4$  stehen z.B.  $(0, 0, 1, 1)$  und  $(0, 0, 1, 0)$  in Relation, aber  $(0, 0, 1, 1)$  und  $(1, 0, 1, 0)$  nicht.

- Bitte überzeugen Sie sich, dass der cube connected cycle für  $n = 3$  im dreidimensionalen Raum die Kanten eines Würfels darstellt (daher der Name), wobei die drei Komponenten jeweils die Koordinaten in x-, y- und z-Richtung darstellen.
- Ist die Relation des cube connected cycle transitiv?
- Ist der cube connected cycle eine Äquivalenzrelation oder Ordnungsrelation?

## Aufgabe 5

Der Betrag oder die Norm einer Zahl  $a + bi \in \mathbb{C}$  ist definiert als  $|a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$ . Es werden die beiden folgenden Relationen  $R_1, R_2$  auf  $\mathbb{C}$  betrachtet, wobei die Zeichen  $<$  und  $\leq$  sich auf die reellen Zahlen beziehen:

$$R_1 = \{(z_1, z_2) \in \mathbb{C} \times \mathbb{C} : |z_1| \leq |z_2|\}$$

$$R_2 = \{(a + bi, c + di) \in \mathbb{C} \times \mathbb{C} : a < c \vee (a = c \wedge b \leq d)\}$$

- Ist  $R_1$  eine Ordnungsrelation? Wenn ja, handelt es sich um eine vollständige Ordnung oder um eine Halbordnung? (Bitte mit Begründung).
- Ist  $R_2$  eine Ordnungsrelation? Wenn ja, handelt es sich um eine vollständige Ordnung oder um eine Halbordnung? (Bitte mit Begründung).

**Viel Spass und Erfolg!**