

Übungsblatt 10

Technische Hochschule Mittelhessen, FB MNI, Diskrete Mathematik, Prof. Dr. B. Just

Aufgabe 1

- a.) In einem Klappbuch für Kinder kann man Figuren aus je 26 Köpfen, Bäuchen und Beinen zusammensetzen. Wieviele Figuren können insgesamt entstehen?
- b.) Wieviele 0-1-Folgen der Länge 10 gibt es, die mit zwei Einsen beginnen oder enden?

Aufgabe 2

Es geht um die Vergabe von Passwörtern.

- a.) Wieviele Passwörter gibt es mit genau 8 Buchstaben (aus dem Alphabet mit 26 Buchstaben)?
- b.) Ein Passwort soll aus 6 Buchstaben und zwei Ziffern (von 0 bis 9) bestehen. Wieviele Möglichkeiten gibt es, die Positionen der beiden Ziffern zu wählen?
- c.) Wieviele Passwörter laut b. gibt es, wenn die beiden Ziffern an den Positionen 1 und 2 stehen?
- d.) Wieviele Passwörter gibt es überhaupt mit 6 Buchstaben und 2 Ziffern?

Aufgabe 3

Gegeben sei eine Menge mit n Elementen.

- a.) Wieviele Möglichkeiten gibt es, die Elemente der Menge anzuordnen?
- b.) Wieviele Teilmengen hat die Menge?
- c.) Was ist größer, das Ergebnis aus a. oder aus b.?

.. bitte wenden, auf der Rückseite geht es weiter ...

Aufgabe 4

- a.) Von 100 Werkstücken seien 7 defekt, die anderen 93 intakt. Wieviele Stichproben von 8 Teilen gibt es, die 3 defekte und 5 intakte Werkstücke enthalten?
- b.) Auf einem Wahlzettel stehen 7 Kandidaten, jeder Wähler kann genau 5 Stimmen abgeben, Kumulieren ist erlaubt. Wieviele Möglichkeiten gibt es, den Wahlzettel anzukreuzen?
- c.) Beim Roulette sind von 37 Zahlen 18 rot, 18 schwarz und eine farblos (die Null). Wieviele mögliche Ergebnis-10-Tupel gibt es bei 10 Spielen?
- d.) Wieviele von den Ergebnissen aus c. enthalten genau 5 rote und 5 schwarze Zahlen?
- e.) Wieviele Teilmengen hat eine Menge mit 20 Elementen?
- f.) An einem Fußball-Bundesliga-Wochenende werden 9 Partien ausgetragen. Jede endet mit einem der Ergebnisse 0, 1 oder 2. Wieviele Möglichkeiten gibt es, den Tippschein auszufüllen, bei dem jedes einzelne Ergebnis vorhergesagt wird?
- g.) Beim Skatenspiel gibt es 32 unterschiedliche Karten. 3 Spieler erhalten jeweils 10 Karten, 2 weitere Karten werden verdeckt auf den Tisch gelegt. Wieviele Möglichkeiten gibt es für die Verteilung der Karten (Formel genügt, Ausrechnen nicht erforderlich)?

Aufgabe 5

Es wird für $n, k \in \mathbb{N}$, $n > k > 0$ die folgende Rekursion für die Binomialkoeffizienten betrachtet:

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$

- a.) Bitte beweisen Sie die Rekursion.
- b.) Bitte erläutern Sie die Rekursion anhand der Tatsache, dass $\binom{n}{k}$ die Anzahl der Möglichkeiten angibt, aus n Elementen k unterschiedliche auszuwählen.

Aufgabe 6

Bitte stellen Sie $(x + y)^6$ als ausmultiplizierte Summe dar, und nutzen Sie zur Herleitung der Koeffizienten das Pascal'sche Dreieck.

Viel Spass und Erfolg!