

Übungsblatt 11

Technische Hochschule Mittelhessen, Fachbereich MNI, Diskrete Mathematik, Prof. Dr. B. Just

Aufgabe 1

a.) Der Graph G ist durch die Adjazenzliste seiner fünf Knoten gegeben:

Knoten	benachbarte Knoten
1	2, 3, 4, 5
2	1, 3, 4, 5
3	1, 2, 4, 5
4	1, 2, 3
5	1, 2, 3

Bitte zeichnen Sie den Graphen.

b.) Bitte entscheiden Sie, ob der Graph aus a.) planar ist. Wenn er planar ist, bitte zeichnen Sie den Graphen ohne überkreuzende Kanten. Wenn nicht, bitte nennen Sie ein Argument, warum eine solche Zeichnung nicht möglich ist.

c.) Bitte entscheiden Sie (mit Begründung), ob der Graph, der durch die folgende Adjazenzmatrix gegeben ist, bipartit ist:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

d.) Bitte entscheiden Sie (mit Begründung), ob der Graph, der durch die folgende Adjazenzmatrix gegeben ist, bipartit ist:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

e.) Bitte entscheiden Sie (mit Begründung), ob der Graph, der durch die folgende Adjazenzmatrix gegeben ist, bipartit ist:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

.... weitere Aufgaben zur Graphentheorie auf der Rückseite

Aufgabe 2

Betrachtet wird der folgende Graph:



- Bitte stellen Sie die Adjazenzmatrix auf.
- Wieviele Zusammenhangskomponenten hat der Graph? Welche?
- Gibt es einen geschlossenen Kantenzug durch den Graphen, der jede Kante genau einmal durchläuft? Wenn ja, welchen? Wenn nein, warum nicht?
- Der Graph werde um die beiden Kanten $\{2, 7\}$ und $\{4, 5\}$ erweitert. Bitte finden Sie einen geschlossenen Kantenzug, der jede Kante genau einmal durchläuft.

Aufgabe 3

Es sei $G = (V, E)$ ein Graph mit den Knoten $V = \{v_1, \dots, v_n\}$. Auf den Knoten wird eine Relation R definiert: $(v_i, v_j) \in R$ definitionsgemäß, wenn v_i und v_j in derselben Zusammenhangskomponente von G sind.

Bitte zeigen Sie, dass es sich bei R um eine Äquivalenzrelation handelt.

Hinweis: Zu zeigen sind die drei Eigenschaften einer Äquivalenzrelation.

Aufgabe 4

Bitte zeigen Sie durch vollständige Induktion nach der Anzahl der Knoten:

Der vollständige Graph $G = (V, E)$ mit n Knoten hat $n(n-1)/2$ Kanten.

(Bemerkung: Man kann es auch anders als durch vollständige Induktion zeigen, aber hier ist die vollständige Induktion gefragt).

Viel Spass und Erfolg!